

## La Correspondance d'Henri Poincaré, Vol. 1 : Introduction

Entre 1881 et 1911, Gösta Mittag-Leffler et Henri Poincaré échangent une correspondance régulière. Elle couvre donc quasiment la carrière scientifique de Poincaré. On dispose de deux cent cinquante-neuf lettres et on peut estimer *a priori* qu'il s'en est perdu assez peu. Si cette correspondance n'est pas exceptionnellement importante d'un point de vue quantitatif pour Mittag-Leffler qui en entretint avec, entre autres, Hermite, Appell, Painlevé et Weierstrass de presque aussi abondantes, il n'en est pas de même pour Poincaré. Sa correspondance avec Mittag-Leffler est de loin la plus régulière et la plus longue de toutes celles qui nous restent. Bien sûr, il faut tenir compte du fait que Mittag-Leffler conservait la presque totalité du courrier qu'il recevait ainsi que les brouillons (*brefkoncept*) et copies de ses propres lettres. Ceux-ci sont conservés et classés chronologiquement à l'Institut Mittag-Leffler. On ne peut pas réellement dire que Poincaré en ait fait de même aussi systématiquement.

Comme à son habitude, Poincaré ne livre en général aucun sentiment particulier, ni même d'opinion personnelle dans ses lettres, et contraint Mittag-Leffler à une réserve contraire à son tempérament. En effet, Mittag-Leffler entretient une correspondance beaucoup plus personnelle et chaleureuse avec Appell et Painlevé, ainsi qu'avec ses deux maîtres Hermite et Weierstrass.

On peut distinguer quatre périodes dans cette correspondance qui couvre toute la carrière scientifique de Poincaré. Une première période assez courte (neuf lettres entre le 11 avril 1881 et le 9 août 1881) permet aux deux mathématiciens de faire connaissance par l'intermédiaire de Hermite ; la seconde période est celle, extrêmement féconde, de la création de la revue *Acta Mathematica* par Mittag-Leffler et de la rédaction par Poincaré des grands mémoires sur les fonctions fuchsienues (quarante-huit lettres du 19 août 1881 au 5 mars 1887) ; suit la période du concours du Roi de Suède avec, en particulier, de très intéressantes lettres sur la gestion, tant scientifique qu'institutionnelle, de l'erreur de Poincaré dans son mémoire présenté au concours (quarante-cinq lettres du 13 juillet 1887 au 20 juillet 1890). La dernière période est celle de la "maturité", nettement moins scientifique, durant laquelle on voit deux universitaires de renom gérer leur réseau d'obligés et d'élèves, s'occuper de nominations dans diverses académies et de propositions au prix Nobel de Physique (cent cinquante-sept lettres du 13 mars 1891 au 10 septembre 1911).

La période de prise de contact est centrée autour d'un article de Poincaré *Sur les fonctions à espace lacunaire* (Poincaré 1883a, 1950, 28–35) que Mittag-Leffler publie dans les *Acta Societatis Scientiarum Fennicae*. Hermite lui a fait parvenir le travail de Poincaré à fin de publication. Dans sa lettre à Mittag-Leffler du 28 mars 1881, Hermite exprime l'excellente opinion qu'il a de Poincaré en rapportant les reproches qui lui sont faits parce qu'il "place trop haut et qu'il vante trop Poincaré dans son rapport sur ses travaux" à l'occasion d'une élection à l'Académie des sciences ; néanmoins, Mittag-Leffler adoptera au début de leur correspondance un ton assez condescendant et protecteur avec le "jeune homme" qui lui est présenté par Hermite.

En effet, Mittag-Leffler est déjà un mathématicien confirmé et reconnu. Il est l'un des

élèves les plus brillants de l'école de Berlin. Son théorème sur le développement des fonctions monogènes généralise des résultats de Weierstrass, son vieux maître berlinois, auquel, comme on va le voir, Mittag-Leffler voue une sincère dévotion. Consécration suprême, Hermite et Weierstrass proposeront d'autres démonstrations de son théorème. Mittag-Leffler a donc une position reconnue dans la communauté mathématique que n'a pas encore Poincaré car les travaux de ce dernier sur les équations différentielles ne sont pas encore publiés (seule une note, Poincaré 1880, est parue aux *Comptes rendus*). Quant au "fleuve de notes" sur les fonctions fuchsienues,<sup>1</sup> Poincaré a seulement présenté aux *Comptes rendus* deux notes en février 1881 qui contiennent certes l'essentiel de la théorie mais dont on peut penser que peu de mathématiciens en comprenaient l'importance à l'époque.<sup>2</sup> L'essentiel des notes sur la théorie des fonctions fuchsienues n'est pas encore paru au début de la correspondance entre Poincaré et Mittag-Leffler. Mittag-Leffler est certes impatient de lire les travaux de Poincaré sur les fonctions fuchsienues (§ 1-1-1) dont il a lu un compte rendu dans le rapport de Hermite pour le grand prix des Sciences mathématiques, mais il considère qu'en ce qui concerne les fonctions à espace lacunaire, ses propres travaux sont d'une généralité beaucoup plus grande que ceux de Poincaré et de Picard.

M. Poincaré est un jeune homme encore je suppose. J'ai été très frappé par le dernier article de M. Picard : "Sur la décomposition en facteurs primaires des fonctions uniformes ayant une ligne de points singuliers essentiels". Mais les résultats de M. Picard comme ceux de M. Poincaré s'obtiennent immédiatement des formules générales que je possède pour exprimer analytiquement une fonction uniforme ayant une infinité de la première classe de points singuliers essentiels. Chez M. Picard les points singuliers sont distribués sur la circonférence d'un cercle. Chez M. Poincaré, ils remplissent l'intérieur d'un espace qui a pour limite un polygone rectiligne. Il n'y a pas de différence essentielle entre les deux résultats. J'espère de trouver assez de loisirs pendant cet été pour pouvoir rédiger mes recherches. (Lettre de Mittag-Leffler à Hermite datée du 6 avril 1881 — AS)

De plus, Poincaré, alors qu'il adopte la présentation de Weierstrass des fonctions analytiques, ne cite pas celui-ci dans la version préliminaire de son article *Sur les fonctions à espace lacunaire* (IML). Il attribue en outre la paternité des fonctions qui "n'ont d'existence que dans un domaine limité" (p. 29 de la version préliminaire, conservée à l'Institut Mittag-Leffler) à Hermite.<sup>3</sup> Or, Weierstrass s'était intéressé aux fonctions à espace lacu-

1. Selon un commentateur, "papers continued to stream out of Caen" (Gray 2000, 193).

2. La correspondance avec Klein, qui était le mathématicien le plus concerné par les travaux de Poincaré sur les fonctions fuchsienues, débute en juin 1881.

3. Dans une lettre adressée le 22 mars 1881, Hermite se défend de vouloir s'attribuer la découverte de la notion de lacunes :

[...] je viens vous déclarer que je n'entends aucunement attribuer la première idée des lacunes à M. Poincaré ou à moi-même, et que j'aurai soin en corrigeant les épreuves de dire explicitement que nous venons après M. Weierstrass en donner de nouveaux exemples. (Dugac 1984, 113)

naire et avait exhibé un certain nombre d'exemples dans son mémoire *Zur Functionlehre*. Mittag-Leffler rappelle avec vigueur la priorité de Weierstrass à Hermite et Poincaré en signalant que "Weierstrass a parlé de telles fonctions depuis des années dans son cours...". Toute sa vie, Mittag-Leffler sera un défenseur acharné de l'œuvre de Weierstrass, tant du point de vue des questions de priorité que de celles plus générales de la diffusion et de la compréhension des idées de son maître, en particulier en France où la plupart des mathématiciens lisent mal l'allemand et où règne, depuis la défaite de 1870, une germanophobie exacerbée par l'idéologie revancharde et nationaliste.

Weierstrass publiait de toute manière relativement peu et bon nombre de résultats originaux étaient simplement exposés dans ses cours. Ses élèves bénéficiaient de ce fait d'une culture originale qui était quasiment inconnue en France. On peut comprendre alors qu'un certain nombre d'étudiants français comme Molk<sup>4</sup> commencent à cette époque à s'inscrire à l'université de Berlin pour suivre en particulier ses cours. D'autre part, les mathématiques de Weierstrass bénéficiaient d'un début de diffusion en France grâce à la traduction de certains articles fondamentaux dans le *Journal de l'École normale supérieure* ou dans le *Bulletin des sciences mathématiques*. Néanmoins, avant la publication, qui débute en 1894, de ses Œuvres complètes et de ses cours, une bonne part de l'enseignement et des résultats de Weierstrass restaient ignorés en France.

Mittag-Leffler<sup>5</sup> s'attachera à plusieurs reprises dans sa correspondance avec Poincaré à faire reconnaître la priorité de Weierstrass. Ainsi, lorsque Poincaré propose à Mittag-Leffler de publier dans les *Acta mathematica* un travail de Humbert (§ 1-1-57) *Sur les intégrales algébriques de différentielles algébriques*, Mittag-Leffler accepte ce mémoire car la démonstration est originale, mais précise dans une note de l'éditeur que "les résultats obtenus par M. Humbert ont déjà été trouvés par M. Weierstrass bien des années auparavant et communiqués par lui dans son cours sur les fonctions abéliennes".

De même, Mittag-Leffler tentera de rendre justice à Weierstrass au sujet du théorème qui affirme que toute fonction de  $n$  variables,  $2^n$  fois périodique, peut être exprimée comme un quotient de fonctions  $\theta$ . Hermite, suite au voyage de Riemann à Paris en 1860, attribuait à ce dernier ce résultat; Poincaré et Picard proposent en 1883 une démonstration de ce théorème en l'attribuant à Riemann, précisant cependant qu'il n'en a pas donné de démonstration alors que Weierstrass "aurait depuis annoncé à quelques-uns de ses élèves qu'il possédait une démonstration" de ce théorème. Longtemps après, en 1897, alors que Poincaré en propose une nouvelle, il l'attribue de nouveau à Riemann; Mittag-Leffler intervient vivement en affirmant que Riemann "connaissait ce théorème par Weierstrass qui lui en avait fait la communication" et que "Riemann n'a pu trouver la démonstration par ses procédés" (§ 1-1-142).

A la mort de Weierstrass, considérant Poincaré comme "le premier analyste maintenant vivant", Mittag-Leffler lui demandera de rédiger une étude sur Weierstrass (§ 1-1-136). Poincaré répondra favorablement à la demande de Mittag-Leffler et étudiera, en même temps que *l'œuvre mathématique de Weierstrass* (Poincaré 1898), son style. Il soulignera que Weierstrass est un mathématicien qui "ne cherche pas à voir, mais à comprendre";

4. Un autre correspondant de Mittag-Leffler, Painlevé, suivra les cours de Schwarz à Göttingen.

5. Kowalevskaia, une autre élève de Weierstrass, fera de même.

tout en reconnaissant les mérites du géomètre et de l'analyste, Poincaré se plaçait résolument du côté de ceux qui veulent voir plutôt que comprendre, qui fondent leur approche sur l'intuition plutôt que sur la logique. Mittag-Leffler, formé à l'école de rigueur "weierstrassienne", critique assez souvent le style d'exposition de Poincaré. Dans sa lettre adressée à Weierstrass le 11 mai 1883, il regrette que le manque de clarté et de rigueur du mode d'exposition de Poincaré nuise à ses idées et affirme la nécessité d'un exposé rigoureux de ses travaux :<sup>6</sup>

Wie finden Sie Poincaré's zweite Abhandlung : "*Sur les fonctions fuchsienues*" ?  
Es ist jammerschade dass er nicht an einer Deutschen Universität erzogen ist.  
So voll von neuen schönen Ideen seine Arbeiten sind, lässt doch, scheint mir,  
die formelle Behandlung gar zu viel zu wünschen übrig. (Brefkonzept 76 — IML)

Les commentaires de Mittag-Leffler concernant les travaux de Poincaré oscilleront toujours entre l'enthousiasme le plus vif pour les résultats et une critique non moins acerbe de son style d'exposition. En effet, s'il ne ménageait pas ses commentaires admiratifs pour "le génie de Poincaré" et "ses travaux admirables", il ne ratait pas pour autant une occasion de rappeler que souvent, ses travaux étaient trop peu rigoureux :

Mais il [Poincaré] a pourtant une faute qui est extrêmement à regretter. Il écrit avec trop peu de soin, c'est incontestable, et ses mémoires sont remplis d'inexactitudes. Que ça ne soit dit qu'entre nous ! Il faut laisser aux grands génies de suivre leur propre chemin et accepter avec reconnaissance ce qu'il nous donne, même si l'on aurait désiré de le recevoir sous une forme plus digestible. (Lettre de Mittag-Leffler à Hermite datée du 27 octobre 1887 — AS)

Mittag-Leffler aura encore le souci, lors du second Congrès international des mathématiciens de Paris en 1900, de saluer la mémoire de Weierstrass et celle de Kowalevskaja en consacrant sa conférence plénière à leur correspondance (Mittag-Leffler 1902). Par ailleurs, il écrira à plusieurs reprises des articles sur l'œuvre et la vie de Weierstrass (Mittag-Leffler 1911 ; 1923).

En 1912, toujours soucieux de la compréhension du point de vue de Weierstrass par les mathématiciens français,<sup>7</sup> Mittag-Leffler tentera de peser sur la traduction en français de l'*Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften*. En effet, cette encyclopédie dont

6. Il exprime de nouveau son insatisfaction concernant les mémoires sur les fonctions fuchsienues, dans une lettre adressée à Weierstrass le 28 mai 1885 :

Frau Kowalevski und ich beschäftigen uns viel mit Untersuchungen über die Poincaré'schen Functionen. Was Poincaré bis jetzt gemacht hat scheint uns, so genial es auch ohne Zweifel ist, doch sehr mangelhaft zu sein. (IML)

7. Sans vouloir douter un instant de la sincérité de Mittag-Leffler dans sa défense du point de vue de Weierstrass, on peut noter qu'en l'occurrence, il est directement mis en cause. En effet, Osgood attribue à Runge un résultat que Mittag-Leffler revendique à juste raison. En plaidant la nécessité d'une juste évaluation des apports de Weierstrass, Mittag-Leffler défend aussi l'idée d'une appréciation équitable des travaux des élèves de ce dernier, dont les siens.

Klein était l'instigateur, avait aux yeux de Mittag-Leffler le défaut de dévaloriser les travaux des mathématiciens de l'école de Berlin au profit de ceux de l'école de Göttingen. Il ne pouvait pas influencer la rédaction des articles en allemand; par contre, sa bonne connaissance des milieux mathématiques français l'autorisait à intervenir auprès de Borel et du traducteur de l'article de Osgood sur les fonctions analytiques, Chazy.

J'ai appris que c'est vous qui traduirez en français, je suppose avec des corrections nécessaires l'article de Osgood dans l'encyclopédie. Je trouve que cet article souffre d'une faute principale, que M. Osgood n'a pas bien saisi le point de vue, d'où sort la théorie des fonctions analytiques chez Weierstrass. Pour Weierstrass, la série de Taylor était la définition même de la fonction analytique. Toute la fonction avec ses propriétés différentes existait *in nuce* dans une telle série. [...]

Ne croyez pas qu'il s'agit pour moi de faire valoir la supériorité de la méthode de Weierstrass sur celle de Cauchy ou de Riemann. Toutes les trois méthodes ont des supériorités l'une sur les autres dans divers problèmes. Weierstrass était le premier à le reconnaître. Mais une exposition vraiment scientifique doit faire valoir partout les avantages et les désavantages. L'école de Göttingen, d'où est sorti M. Osgood, ne le fait pas. Ils négligent là-bas autant que c'est possible, tout ce qui vient de Weierstrass de la même manière qu'ils tâchent de faire oublier tout ce qui sort de Poincaré. (Lettre de Mittag-Leffler à Chazy — Brefkonzept n°5219 — IML)

En 1881, Poincaré ne fait pas de difficultés pour "rectifier une erreur historique" (§ 1-1-2). Il propose quelques modifications à son article dans lesquelles il attribue clairement à Weierstrass la paternité des fonctions à espace lacunaire. Toutefois, Mittag-Leffler ne sera pas très satisfait de ces rectifications et le confiera à Hermite dans une lettre datée du 20 août : "M. Poincaré a bien voulu faire quelques corrections mais je trouve pourtant qu'il soit injuste envers Weierstrass" (AS). De plus, il croit avoir détecté une "faute grave" à la fin du travail de Poincaré sur les fonctions à espace lacunaire. Après un échange de quelques lettres où Poincaré explique très pédagogiquement à Mittag-Leffler son point de vue, ce dernier est amené à reconnaître qu'il s'est mal exprimé et qu'il ne reproche en fait à son correspondant qu'une imprécision de rédaction sans grande importance.

Dans le même temps, impressionné par la lecture des notes de Poincaré aux *Comptes rendus* et convaincu par sa correspondance avec Hermite, Mittag-Leffler se rend compte que Poincaré est un "véritable génie mathématique" (§ 1-1-4). L'importance des résultats obtenus par Poincaré offre alors à Mittag-Leffler l'opportunité de mettre en œuvre un projet de publication d'un journal mathématique. Les revues françaises, pour diverses raisons analysées par Gispert (1996), n'étaient plus aussi dynamiques que dans la période précédente. Les journaux allemands, en particulier le *Journal für die reine und angewandte Mathematik* et les *Mathematische Annalen*, reflétaient bien l'intense activité et la créativité des mathématiciens allemands. Cependant, leur diffusion était limitée du fait de la langue allemande, peu lue en dehors de sa zone d'influence naturelle. D'autre part, les relations amicales qu'entretenait Mittag-Leffler avec son maître français Hermite et ses maîtres allemands, Weierstrass et Kronecker, lui permettaient d'envisager le soutien des

écoles mathématiques françaises et allemandes à son entreprise.<sup>8</sup> L'occasion de mettre en Œuvre son projet éditorial lui était fournie par sa rencontre avec Poincaré. En effet, pour hisser rapidement sa revue au niveau international qu'il souhaitait, Mittag-Leffler avait non seulement besoin des contributions des meilleures plumes mathématiques mais aussi de publier dès les premiers tomes des travaux d'une importance exceptionnelle. Il se souvenait que le succès de la revue fondée par Crelle, le *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, avait été assuré par les contributions d'Abel à la résolution de quelques unes des plus fameuses conjectures de la théorie des fonctions elliptiques. Les fonctions fuchsienues sont de l'avis de Mittag-Leffler "les plus remarquables qui ont été trouvées d'après les fonctions elliptiques" (§ 1-1-13) et les résultats obtenus par Poincaré "feront la concurrence avec ceux d'Abel" (§ 1-1-13). Comme il l'écrit au mathématicien suédois Malmsten, Mittag-Leffler considère que les circonstances sont comparables à celles de la découverte des fonctions elliptiques et que la diffusion des nouvelles idées nécessite la création d'un nouveau journal. Mittag-Leffler reprend les mêmes arguments dans la préface du premier fascicule des *Acta mathematica* en insistant sur l'aspect international de son entreprise :

L'époque à laquelle nous commençons notre publication est certainement l'une des plus fécondes dans l'histoire des mathématiques, par le grand nombre et l'importance des découvertes qui touchent aux principes les plus essentiels de l'analyse. On sait combien, en divers pays, ce mouvement a été puissamment secondé par des journaux mathématiques, qui contiennent les œuvres des plus grands géomètres de notre temps. Nous nous sommes proposés le même but, de servir la science, en réunissant et associant les recherches nouvelles qui concourent à son progrès, par la nouveauté des résultats ou l'originalité des méthodes.

Des mathématiciens éminents dans tous les pays, en nous assurant de leur collaboration, nous ont donné un témoignage de sympathie qui nous pénètre de reconnaissance, et que nous voulons justifier par les soins et le zèle que nous apporterons à notre publication.

Mittag-Leffler espère donc à juste raison que Poincaré fera le succès du journal suédois de la même manière qu'Abel pour le *Journal de Crelle* (Domar 1982, 12). Poincaré accepte de rédiger cinq mémoires, dans lesquels il expose les démonstrations des résultats annoncés dans les notes aux *Comptes rendus*, et de les confier au nouveau journal. Les lettres dans lesquelles il transmet à Mittag-Leffler son accord sont malheureusement perdues. On est réduit à faire des suppositions sur les motivations du choix de Poincaré de publier ses mémoires fondamentaux sur les fonctions fuchsienues dans les *Acta mathematica*. On peut d'abord penser qu'il est flatté que Mittag-Leffler fonde le succès de son journal sur sa participation. D'autre part, il est clair que Poincaré est conscient de la nécessité de

8. Si Hermite soutient sans ambiguïté le projet de Mittag-Leffler, ce dernier pouvait craindre que les Allemands n'accueillent pas avec le même enthousiasme la création d'un nouveau journal, qui ne pouvait que concurrencer le *Journal de Crelle*, alors dirigé par Kronecker et Weierstrass. Ces derniers ne s'opposèrent pas au projet puisque Kronecker, selon ses dires, trouva le nom définitif des *Acta mathematica* et que Weierstrass manifesta à plusieurs reprises son intention de publier des articles dans la nouvelle publication.

diffuser rapidement ses travaux en Allemagne, tant pour des raisons de prestige que de priorité. L'Allemagne reste sans conteste la nation dominante en mathématiques ; de plus sa querelle de priorité et de dénomination avec Klein et Schwarz ne pouvait que l'inciter à se faire reconnaître en Allemagne. En outre, comme il l'explique dans une lettre adressée à Eneström le 3 juin 1884, Poincaré accorde une importance particulière à annoncer rapidement ses nouveaux résultats à quelques mathématiciens reconnus :

Si les auteurs sont généralement pressés d'avoir leurs tirages à part, ce n'est pas pour faire une ample distribution à tous leurs amis, mais pour envoyer aussitôt que possible un exemplaire à une dizaine de grands noms à qui ils désirent faire connaître leurs travaux. (CHS)

Néanmoins, compte tenu de la germanophobie en France, Poincaré ne pouvait pas publier l'intégralité de ses mémoires dans une revue allemande. L'offre de Mittag-Leffler, élève de Weierstrass, introduit auprès de la communauté mathématique allemande, lui donne l'occasion d'être lu par les mathématiciens allemands sans heurter les sentiments nationalistes de ses compatriotes. Enfin, Poincaré ne cesse pas pour autant ses collaborations avec les journaux français ; ses travaux concernant la théorie qualitative des équations différentielles sont publiés dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées* et ceux sur les formes quadratiques et cubiques dans le *Journal de l'Ecole polytechnique*. Si Mittag-Leffler considère la collaboration de Poincaré comme essentielle au succès de son entreprise, Poincaré assoit son statut et sa reconnaissance internationale grâce à ses publications dans les *Acta mathematica*.

Les espoirs de Mittag-Leffler ne sont pas déçus et très rapidement, grâce en particulier aux contributions régulières de Poincaré, les *Acta mathematica* deviennent un journal de renommée internationale dans lequel publient des mathématiciens de premier plan et de tous pays. Certes, l'essentiel des mémoires publiés dans les dix premiers numéros proviennent d'Allemagne et de France ; néanmoins, Mittag-Leffler a réussi à créer une entreprise qui permet les échanges et la diffusion des travaux entre les deux pays ; on peut penser que les idées de Poincaré n'auraient pas été reçues en Allemagne de la même manière sans les *Acta mathematica*. De même, les travaux de Cantor seraient certainement restés ignorés en France pendant longtemps sans leur traduction<sup>9</sup> en français dans les *Acta*.

Poincaré et Klein étaient parfaitement convaincus de l'importance acquise par les *Acta*, notamment pour la diffusion des idées nouvelles en mathématiques. Dans le cadre de la politique de traduction de textes allemands, Poincaré propose le 14 août 1883 à Mittag-Leffler de publier celle du programme d'Erlangen de Klein en argumentant qu'«une certaine publicité donnée à ces idées sera utile à bien des géomètres et surtout aux Français»

---

9. Poincaré participera à l'entreprise en révisant les traductions. Ainsi, le 16 mars 1883, Appell annonce à Mittag-Leffler qu'elles sont presque prêtes à être publiées :

Les mémoires de M. Cantor vont bientôt être traduits ; Poincaré revoit en ce moment la traduction du troisième mémoire, et j'aurai prochainement le quatrième. (IML)

(§ 1-1-32).<sup>10</sup> Mittag-Leffler ne donnera pas suite à ce projet<sup>11</sup> qui avait suscité l'enthousiasme de Klein. Dans une lettre qu'il lui adresse le 8 octobre 1883 (IML), Klein accueille avec joie la perspective que des idées auxquelles il est resté très attaché puissent devenir facilement accessibles en France. Dans la même lettre, il propose que la concurrence entre les *Mathematische Annalen* qu'il dirige et les *Acta* se transforme en une collaboration :<sup>12</sup>

Wollen Sie in meiner Bereitwilligkeit den Beweis dafür erblicken, dass ich die naturgemässe Concurrenz zwischen den *Acta* und den *Annalen* möglichst zu einer Cooperationen umgestalten möchte. (IML)

En un peu plus d'une année, les *Acta* apparaissaient aux yeux de la plupart des mathématiciens comme un vecteur essentiel pour la diffusion de leurs travaux. Dès le début, Mittag-Leffler se préoccupa de créer les meilleures conditions pour en assurer la pérennité et la qualité. Dans sa lettre adressée à Hermite le 19 janvier 1883, peu après la publication du premier fascicule des *Acta mathematica*, Mittag-Leffler révèle ses réels talents d'entrepreneur et de diplomate :

Je crois que M. Hermann<sup>13</sup> a tort en craignant que les géomètres non-scandinaves écrivent seulement au commencement dans les *Acta*. Et voici pourquoi. Grâce à vous principalement et aussi à d'autres géomètres très distingués, j'espère

10. Cette initiative de Poincaré montre que l'estime réciproque entre les deux mathématiciens n'avait pas souffert de leurs échanges épistolaires assez vifs entre 1881 et 1882, ni de leur rivalité scientifique au sujet de la théorie des fonctions fuchsienes. Lorsqu'en 1913, après la mort de Poincaré, Mittag-Leffler demande à Madame Poincaré l'autorisation de publier la correspondance entre son mari et Klein, celle-ci tout en comprenant "le grand intérêt qui s'attache à tout ce qui a rapport aux grands travaux de son mari" répond qu'elle s'inquiète un peu d'une telle publication car elle n'aimerait pas que cela "puisse donner lieu à un article blessant pour M. Klein". Elle souligne alors l'estime et l'amitié qui liaient les deux mathématiciens :

Après des débuts un peu revêches, les relations de mon mari et de M. Klein sont restées constamment très courtoises et je pourrais dire qu'elles étaient devenues amicales. (Lettre de Madame Poincaré à Mittag-Leffler datée du 24 juillet 1913 —IML)

11. La publication de traduction en français de textes allemands permet, à l'origine, d'assurer aux *Acta* une réserve de textes de qualité et de conforter l'implantation du journal dans les milieux mathématiques français. Mittag-Leffler fut, lui-même, peut-être surpris par le succès de son journal et abandonna rapidement son idée de traduction devant l'afflux de mémoires originaux à publier.

D'autre part, le peu d'estime de Weierstrass et des mathématiciens de l'école de Berlin pour Klein et son travail n'a pas dû encourager Mittag-Leffler à faire un effort particulier pour diffuser en France les idées de Klein.

12. La concurrence entre les *Acta* et les *Mathematische Annalen* devait exister surtout dans l'esprit de Klein. En effet, comme on l'a vu, l'ambition de Mittag-Leffler était de créer un journal de stature internationale alors que les *Mathematische Annalen* restait un journal essentiellement germanique. D'autre part, les mathématiciens de l'école de Berlin y publiaient extrêmement peu. A cet égard, le commentaire venimeux de Brunel, dans une lettre adressée à Poincaré en juin 1881, est révélateur. Il y narre la réaction de Klein à la publication des notes de Poincaré sur les fonctions fuchsienes.

[...] il [Klein] s'est plaint de ce que les "jeunes français" ne savaient pas ce qui s'était publié en Allemagne; il a dit que l'on ne savait pas en France probablement que les *Mathematische Annalen* existaient (à cela, je n'aurais pu répondre qu'une chose, c'est que, à Berlin même, on considère ce journal comme d'existence toute problématique), [...]. (Dugac 1986, 91)

13. Hermann était l'éditeur français des *Acta mathematica*. Mayer et Müller, l'éditeur allemand.



de pouvoir y arriver de tenir les *Acta* à la hauteur de la science et en dehors de toutes les parties. Et il ne faut pas plus pour réussir. On écrit toujours volontiers dans un journal où l'on vient en bonne société et c'est alors aussi qu'on est sûr d'obtenir la publicité qu'on désire le mieux. Pour les académies ou les journaux avec des mémoires dans toutes les sciences, ils ne pourront jamais rivaliser avec un journal spécial et du reste je reproduirai les meilleures choses qu'ils publient. Je compte sur votre bonté pour me tenir au courant avec le meilleur de tout ce qui paraît en France. Pour le moment, le *Journal de Crelle-Borchardt* est le seul qui poursuit le même but que les *Acta* mais entre nous je crois que M. Weierstrass voit assez volontiers que les *Acta* prennent la place de son journal. Il est plus géomètre qu'allemand, je suis son élève et il n'y a personne en Allemagne à qui il veut donner le journal et qui a assez d'autorité pour pouvoir tenir tête à toutes les haines qui sont la vie des géomètres allemands. Quant à cela, vous pouvez guère vous imaginer quelles confidences je reçois tous les jours. Ce qui serait peut-être la mort des *Acta*, ce serait si l'on fondait en France un nouveau journal mathématique qui aurait pour rédacteur en chef vous-même ou M. Picard, ou M. Poincaré, ou M. Appell ou M. Halphen. Mais j'espère qu'on ne fera pas cela dans quelques années encore et je crois que cela ne sera pas non plus nécessaire car je ferai mon mieux pour satisfaire surtout aux géomètres français. (AS)

Outre le soutien de nombreux mathématiciens européens, Mittag-Leffler s'était assuré celui des autorités politiques et administratives de Scandinavie. Ainsi, le roi de Suède et de Norvège Oscar II soutiendra financièrement le journal, de même que les gouvernements du Danemark, de Norvège et de Suède. Selon Domar (1982), Mittag-Leffler réunira la somme de 26 000 couronnes,<sup>14</sup> ce qui permettra d'assurer le financement d'au moins cinq tomes.

Mittag-Leffler profitera de son voyage en Europe au printemps 1882 pour sensibiliser les autorités scientifiques et académiques à sa revue. Ainsi, il obtiendra que le Ministère français de l'Instruction publique souscrive un abonnement au profit de toutes les facultés des Sciences :

Permettez-moi [...] de saisir cette occasion pour vous informer d'une décision récente du Ministère de l'Instruction Publique au sujet des "*Acta Mathematica*". Le directeur de l'enseignement supérieur M. Dumont a bien voulu me faire savoir que toutes nos Facultés des Sciences recevront à partir de l'année prochaine, un abonnement au journal de M. Mittag-Leffler. C'est la première fois, Monsieur le Ministre, qu'un recueil, édité à l'étranger, est l'objet d'une souscription du Ministère; j'espère que Vous verrez dans cette circonstance un témoignage de sympathie pour la Suède et la preuve du succès scientifique du journal que le Roi, Votre Auguste Souverain, honore de son patronage. (Lettre de Hermite à l'Ambassadeur de Suède en France datée du 3 décembre 1883 — RA)

14. A titre de comparaison, Domar (1982) indique que le salaire annuel de Mittag-Leffler comme professeur, était de 7000 couronnes.

De la même manière, en 1885, les services de l'enseignement secondaire français souscriront vingt abonnements à *Acta mathematica*.

Mittag-Leffler avait pu lancer son projet d'édition parce qu'il avait, en 1881, obtenu un des premiers postes de professeur à la nouvelle université de Stockholm, la *Högskola*. Précédemment, il était en poste à l'université de Helsingfors (Helsinki) en Finlande. Le nouvel établissement était ouvert à tous ceux qui avaient les connaissances de base nécessaires mais ne délivrait pas de diplômes officiels.<sup>15</sup> Les structures administratives se voulaient démocratiques, la direction étant partagée entre un conseil des professeurs et un directoire, composé de représentants des institutions culturelles et scientifiques et présidé par un recteur. La modernité des objectifs de la nouvelle université s'inscrit dans la faveur dont jouissent les sciences à cette époque en Suède ainsi que dans le mouvement social suédois. Une autre originalité de la *Högskola* était qu'elle devait autofinancer une partie des salaires de ses enseignants. Hörmander (1991) indique qu'en 1884 au moment du recrutement de Kowalevskaia, la *Högskola* recevait de la ville de Stockholm 40000 couronnes mais que moins de la moitié du salaire de chaque enseignant devait être prise sur ce fond, le reste devant être assuré par des subventions privées. Hörmander précise que la situation financière de la *Högskola* était donc très délicate et vers la fin des années 1880, plusieurs professeurs ne purent être remplacés après leur départ à la retraite.

Une des premières difficultés que rencontre Mittag-Leffler est le manque d'élèves, au moins dans les premiers temps. Il espère entraîner quelques uns de ses étudiants d'Helsinki et en attirer d'autres de Uppsala.

J'espère et je crois que l'Université de Stockholm aura un grand avenir mais d'abord il y aura bien des difficultés à vaincre. La plus grande difficulté sera au commencement que nous aurons très peu d'élèves. J'espère pourtant pour ma part que quelqu'un de mes élèves de Finlande me suivront à Stockholm. Je compte de lire la théorie des fonctions d'après les idées de Weierstrass et après la théorie des fonctions elliptiques. Ce sera un cours qui durera deux ans ou deux ans et demi. (Lettre de Mittag-Leffler à Hermite datée du 22 juin 1881 — AS)

On voit que l'intention de Mittag-Leffler était, dès son arrivée, de dispenser un enseignement de haut niveau et de faire reconnaître l'institut de mathématiques et celui de physique comme des lieux d'excellence.<sup>16</sup> La création des *Acta* est aussi à comprendre dans

15. Pour plus de détails sur la vie universitaire en Suède et son organisation à la fin du 19<sup>e</sup> siècle et au début du 20<sup>e</sup> siècle, on peut consulter l'ouvrage de Crawford sur la *Fondation des prix Nobel scientifiques* (Crawford 1984b).

16. Crawford (1984b) signale que ce souci a été à l'origine de conflits entre deux groupes d'enseignants de la *Högskola* "qui s'opposaient sur les buts principaux de l'institution".

L'une de ces factions était dirigée par Mittag-Leffler et défendait l'idée de *Lehrfreiheit*, c'est-à-dire d'un enseignement et d'une recherche au plus haut niveau, effectués en toute liberté, sans se préoccuper d'examens ou de diplômes. L'autre faction, dirigée par Pettersson, comprenait Arrhenius et Bjerknes; elle souhaitait que la *Högskola* devînt une université complètement structurée, disposant du droit de décerner des diplômes, avec le même éventail de sujets que les universités d'État. (Crawford 1984b, 53)

cette stratégie visant à faire reconnaître tant en Scandinavie qu'en Europe la qualité de la recherche du département de mathématiques de l'université de Stockholm. Mittag-Leffler s'impliquera dans la gestion de la *Högskola* dont il sera à plusieurs reprises le recteur (§ 1-1-55). La position qu'il occupait ainsi lui permettait d'influencer les recrutements de professeurs dans le département de mathématiques et à un degré moindre dans le département de physique. Kowalevskaia, Phragmén et Fredholm furent ainsi recrutés comme professeurs grâce à Mittag-Leffler. Par contre, il subit un certain nombre d'échecs dans ses tentatives pour renforcer la physique mathématique dans le département de physique. A ces occasions, Mittag-Leffler n'hésitait pas à mobiliser ses amis européens. Hermite sera sollicité à l'occasion du recrutement de Kowalevskaia, Appell et Hurwitz pour celui de Phragmén, Volterra pour celui de Fredholm. Mittag-Leffler demandera à Poincaré de rédiger des rapports sur les titres scientifiques de Bjerknes (à l'occasion de son recrutement comme professeur de mécanique, §§ 1-1-113, 1-1-116 et 1-1-123) et de Bohlin (lors de la succession de Gyldén, § 1-1-135).

De la même manière, Mittag-Leffler s'appuiera sur le réseau de ses amis européens pour faire échec aux tentatives de liquidation des *Acta mathematica*. Malgré ses nombreux abonnés, son succès et l'investissement personnel de Mittag-Leffler, la situation financière de la revue restait toujours précaire et dépendait de la subvention que le parlement suédois accordait.

En 1887, alors que l'utilité des *Acta mathematica* est contestée une première fois, Mittag-Leffler sollicite l'aide de Hermite et des mathématiciens français.<sup>17</sup> Le 15 février 1887, Bertrand, le secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, fait parvenir par la voie diplomatique au ministre des affaires étrangères suédois une vigoureuse lettre de soutien à *Acta mathematica* et à son fondateur signée par de nombreux mathématiciens français :

Monsieur le Ministre,

Le monde mathématique doit à la munificence de Sa Majesté Oscar II et au concours de savants suédois distingués la fondation en 1882 d'un recueil périodique, les "*Acta mathematica*", qui s'est placé par son haut intérêt scientifique et le dévouement de son rédacteur M. Mittag-Leffler, au rang des publications analogues les plus importantes de toute l'Europe.

Ayant appris que des doutes s'étaient produits relativement à l'utilité de ce journal pour la Suède, nous venons, Monsieur le Ministre, vous exprimer le vœu des géomètres français pour sa continuation, et vous prier de le faire parvenir à Sa Majesté et S. E. le Ministre de l'Instruction Publique, si vous le pensez convenable.

Il y a dans toutes les sciences des périodes fécondes, où les travaux, suscités par des inventions de génie, concourent vers le même but, où les découvertes se multiplient par l'émulation et l'association des efforts. Après

17. Cet épisode n'est pas évoqué dans la correspondance entre Mittag-Leffler et Poincaré. En 1887, l'autorité académique de Poincaré, qui vient juste d'être élu à l'Académie des Sciences, n'est pas encore assez affermie. Mittag-Leffler ne commencera réellement à faire appel à son amitié pour des questions académiques qu'à partir de 1897, lorsque le statut de Poincaré sera incontestable et que l'inimitié de Picard à l'égard de Mittag-Leffler amènera Hermite, vieillissant, à refuser son soutien.

Gauss, Cauchy et Jacobi qui ont été les créateurs des mathématiques modernes, Riemann et M. Weierstrass, les héritiers de leur gloire, poursuivent la même œuvre, et, comme ces grands géomètres exercent une action puissante sur leurs contemporains.

Élève de M. Weierstrass, M. Mittag-Leffler a su apporter le concours le plus efficace à cette action par la publication des "*Acta mathematica*". On doit au savant suédois la découverte d'une proposition importante, complétant, en un point capital, les travaux de ce maître illustre sur la théorie des fonctions, et qui a occupé tous les géomètres; cette circonstance a naturellement appelé dans le nouveau journal les mémoires concernant la théorie des fonctions et l'étude des nouvelles transcendentes de l'analyse, des mathématiciens suédois, français, allemands, etc., qui sont l'élite de la science. Les "*Acta mathematica*", dès leur fondation, ont ainsi offerts aux amis de la haute analyse des mémoires d'une importance capitale, dont la publication est un grand et incontestable honneur pour le pays qui en eut l'initiative.

Il serait profondément regrettable qu'un tel monument restât inachevé, lorsque s'offrent tant d'ouvriers pour continuer l'œuvre si heureusement entreprise, lorsque tous les géomètres sont conviés à concourir au prix que vient de fonder Sa Majesté, dans l'intention de provoquer de nouveaux efforts qui servent au progrès de l'analyse mathématique. (RA)

En 1895, les adversaires de Mittag-Leffler à l'université réussirent à convaincre la diète suédoise de retirer, malgré l'avis du roi, une partie de son soutien financier. A cette occasion, la section de géométrie et les amis mathématiciens français interviendront auprès du parlement en faisant parvenir un télégramme exprimant le vœu des mathématiciens français que les *Acta* poursuivent leur œuvre (§ 1-1-124, note ??).

Peu après, le soutien européen à l'œuvre de Mittag-Leffler sera particulièrement massif à l'occasion de son 50<sup>e</sup> anniversaire, lorsque, à l'instigation de Painlevé, la communauté mathématique européenne lui offrira son portrait accompagné d'une adresse (§ 1-1-133, note ??), dans laquelle, après avoir insisté sur les mérites des *Acta* et de son fondateur, est exprimé avec vigueur le "vœu que les *Acta mathematica* poursuivent, pour le bien de la science, une carrière commencée avec éclat et encouragée par l'universelle sympathie des géomètres".

Mittag-Leffler structura autour des *Acta mathematica* un réseau de collaborateurs réguliers ou occasionnels particulièrement efficace qui le rendit incontournable dans la communauté mathématique européenne. Il fut ainsi membre de tous les comités d'organisation des congrès internationaux des mathématiciens, invité dans toutes les manifestations scientifiques internationales, et le premier à être nommé à la fois correspondant étranger de la Société royale de Londres et de l'Académie des sciences de Paris. En retour, sa position en Suède, tant vis à vis de ses collègues que du roi, avec lequel Mittag-Leffler entretenait des relations étroites et amicales, fut renforcée par la reconnaissance acquise dans la communauté mathématique internationale par les *Acta mathematica*.

Poincaré publiera, dans les 10 premiers tomes des *Acta mathematica*, dix mémoires, soit

676 pages<sup>18</sup> parmi les 1594 pages dues à des auteurs français. Non seulement l’auteur sur lequel Mittag-Leffler compte établir le succès des *Acta* ne le décevra pas en lui confiant ses cinq mémoires consacrés à la théorie des fonctions fuchsiennes, mais de surcroît, il sera au début des années 1880, particulièrement prolifique et créatif.

Dans un mémoire *Sur les fonctions de deux variables* (1883b, 1950, 147–161), Poincaré montre la généralisation à deux variables du célèbre théorème de Weierstrass, selon lequel une fonction méromorphe peut s’exprimer comme un quotient de deux fonctions holomorphes. Weierstrass avait vainement cherché à prouver une telle généralisation, et ce résultat impressionne fortement Mittag-Leffler puisqu’il considère qu’“une difficulté qui lui paraît être une des plus grandes dans l’analyse” est surmontée (§ 1-1-26). Poincaré publie en 1885 un mémoire *Sur l’équilibre d’une masse fluide* (1885, 1952, 40–140) dans lequel il reprend le vieux problème des figures d’équilibre et en obtient de nouvelles.

Un autre article *Sur les intégrales irrégulières des équations linéaires* lui donnera l’occasion de faire montre de ses redoutables talents pour la polémique universitaire. Ces épisodes sont d’ailleurs à peu d’exceptions près, les seuls où Poincaré sorte de sa réserve et de son impassibilité. Au début de leur correspondance, Mittag-Leffler avait rapidement abandonné ses critiques concernant un des exemples énoncés par Poincaré dans son article *sur les fonctions à espace lacunaire*. De même, le jeune mathématicien n’avait rien cédé dans sa plus que vive correspondance avec Klein tant sur les questions de priorité, que sur celle, non moins épineuse du point de vue allemand, de la dénomination “fonction fuchsienne”. Cette polémique est évoquée à plusieurs reprises par Mittag-Leffler. Dans sa lettre du 18 juillet 1882 (§ 1-1-17), il relate sa visite chez Schwarz et évoque les récriminations de ce dernier. Il n’exclut pas complètement l’éventualité que Poincaré fasse dans son article *Sur les groupes fuchsien* “une petite correction” concernant l’évaluation des travaux de Schwarz, mais il laisse Poincaré seul juge. Dans sa réponse (§ 1-1-18), celui-ci répond fermement qu’après avoir relu les mémoires de Schwarz et analysé rapidement les résultats obtenus, il ne voit aucune raison de changer d’opinion. Dans cette lettre, comme d’ailleurs dans sa correspondance avec Klein, Poincaré est assez injuste dans son appréciation. En effet, bien qu’il ait raison lorsqu’il affirme que les préoccupations de Schwarz concernant la question de la projection conforme sont assez éloignées des siennes et que ses résultats sur les solutions de l’équation hypergéométrique ne sont en fait qu’un cas particulier dont Schwarz n’a pas perçu l’importance, les résultats obtenus par celui-ci sont rétrospectivement (même si probablement, Poincaré les ignorait) autant de contributions importantes.<sup>19</sup> Poincaré conclut sa lettre de manière assez sèche et sans offrir la moindre possibilité de compromis :

Je n’espère pas ainsi calmer M. Schwarz. Quelles sont en effet les causes de sa fureur ? D’abord il est furieux d’avoir tenu entre les mains un résultat important et de n’en avoir pas su tirer profit. A cela je ne puis rien. (§ 1-1-18)

Poincaré réagira avec la même vigueur aux critiques de Thomé concernant son travail sur

18. Quantitativement, les articles de Poincaré représentent 17% des 10 premiers tomes des *Acta mathematica*.

19. Poincaré lui-même, tout en restant extrêmement ferme dans sa controverse avec Klein, reconnaît dans sa lettre du 27 juin 1881 qu’“en ce qui concerne M. Fuchs et la dénomination de fonctions fuchsiennes, il est clair qu’il aurait pris une autre dénomination s’il avait connu le travail de M. Schwarz”.

les développements asymptotiques et leur application au développement des solutions de certaines équations différentielles au voisinage d'un point singulier. Mittag-Leffler l'invite à répondre à ces critiques dans sa lettre du 16 juillet 1887 (§ 1-1-60). Dans des articles précédents, Thomé s'était intéressé aux développements en série des solutions des mêmes équations. Dans une note publiée dans le *Journal für die reine und angewandte Mathematik* (Thomé 1887), il analyse les récents résultats de Poincaré et conclut que ceux-ci ne sont pas très intéressants pour la détermination de ces séries. Il est clair que Thomé n'a pas très bien compris l'intérêt des développements asymptotiques proposés par Poincaré, ni même que l'objectif de celui-ci n'est pas d'obtenir des développements en série. Dans son élan polémique, Poincaré interprète les critiques de Thomé de manière erronée (Poincaré 1887, 1928). En effet, si Thomé considère que les théorèmes de Poincaré ne sont pas intéressants, il n'affirme pas que ceux-ci sont faux, comme Poincaré le prétend.

De la même manière qu'il ne s'était pas laissé impressionner lors de sa controverse avec Klein, Poincaré répondra avec la même assurance aux objections de Weierstrass. Dans sa note *Sur l'intégration des équations différentielles par les séries* (1882, 1928, 162–163), il montre que, moyennant des changements de variables, "il était possible d'intégrer une équation différentielle quelconque par des séries toujours convergentes pour des valeurs réelles de la variable". Weierstrass objecte que si on applique ce résultat au problème des trois corps, il y a une difficulté dans le cas des collisions. Poincaré, dans sa réponse (§ 1-1-29), explique que dans le cas des collisions, sa variable auxiliaire tend vers l'infini, et qu'à partir de la collision, "les formules ne donnent plus rien" et que "c'est ce qu'elles ont de mieux à faire". La réponse de Poincaré, jeune mathématicien de 28 ans, sûr de son talent, aux questions du vieux maître, admiré et respecté dans toute l'Europe, est pour le moins assez désinvolte.

Un peu plus tard, après qu'il se soit vu décerner le prix du roi Oscar, Poincaré, à la demande de Mittag-Leffler, poursuivra avec la même détermination une vigoureuse polémique avec Gylden. Les procédés d'approximations successives appliqués à la résolution des équations de la dynamique faisaient apparaître des termes, dits séculaires, qui croissent au moins linéairement par rapport au temps. Ces termes, évidemment, ne restent pas bornés quand le temps croît vers l'infini. Lorsque il n'apparaît pas de terme séculaire dans les développements en série des solutions, on peut conclure à la stabilité; par contre, dans le cas contraire, le système peut être stable ou instable selon que les termes séculaires se combinent en s'annulant ou non. Les astronomes inventèrent alors d'autres développements en série "dont tous les termes sont périodiques" et dans lesquels ils ont réussi à "faire disparaître ainsi les termes dits séculaires" (Poincaré 1893, V). Newcomb, Lindstedt et Gylden proposèrent des séries qui "ne contiennent que des termes en  $A$ ". La question de la convergence de ces développements n'avait pas été abordée et comme "la présence de "petits diviseurs" a pour effet de rendre certains termes très grands" (Poincaré, la première impression du mémoire *Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique*, conservé à l'IML, p. 6), il était légitime de douter de leur convergence.<sup>20</sup>

20. Poincaré s'intéressait depuis longtemps à ces questions. Dans une lettre adressée le 25 août 1883 à Lindstedt, il lui posait explicitement la question de la convergence de ses développements :

Permettez-moi aussi de vous adresser une question au sujet de vos méthodes que je vous le

Un des résultats les plus importants aux yeux de Weierstrass du mémoire de Poincaré est de montrer la divergence de telles séries.

Cependant, si la divergence de ces séries les rend inutiles pour “établir rigoureusement certains résultats, par exemple la stabilité du système solaire”, comme “les termes de ces séries décroissent d’abord très rapidement et se mettent ensuite à croître” et “comme les astronomes s’arrêtent aux premiers termes de la série et bien avant que ces termes aient cessé de décroître, l’approximation est suffisante” pour les besoins des calculs de l’astronomie (Poincaré 1893, V). Dans son mémoire original, Poincaré précise bien que, si de par leur divergence, les développements de Lindstedt “ne peuvent donner une approximation indéfinie”, ils peuvent néanmoins “donner rapidement une approximation très grande et très suffisante pour les besoins de la pratique”.<sup>21</sup>

Après la remise du prix du roi Oscar à Poincaré, Gylden lui contestait la priorité de certains résultats sur l’existence des solutions asymptotiques et prétendait que ses développements étaient convergents. Gylden se souciait de cette question à cette époque puisque un peu avant la décision du jury du prix Oscar, en janvier 1889, il écrivait à Hermite qu’il venait de terminer une communication dans laquelle il espérait clarifier la question de la convergence des termes élémentaires, “c’est-à-dire les termes qui ne disparaissent pas avec les masses des corps troublants” (CHS). Le roi Oscar exigea de Mittag-Leffler une réponse aux récriminations de Gylden devant l’Académie des Sciences de Suède. Mittag-Leffler demanda alors à Poincaré des précisions sur les développements de Gylden (§ 1-1-79) puisque dans l’introduction de son mémoire initial, il avait réservé son opinion quant à leur éventuelle convergence.

Dans un premier temps (§ 1-1-80), Poincaré évoque la difficulté à lire le mémoire de Gylden (1887) et à comprendre des résultats peu clairs. A cette occasion, il explique sa méthode de travail.

J’ai l’habitude, quand je lis un mémoire, de le parcourir rapidement de façon à me donner une idée de l’ensemble et de revenir ensuite sur les points qui me semblent obscurs. Je trouve plus commode de refaire les démonstrations que d’approfondir celles de l’auteur. Mes démonstrations peuvent être généralement beaucoup moins bonnes mais elles ont pour moi l’avantage d’être miennes. (§ 1-1-80)

Comme Poincaré n’arrive pas à saisir le fil conducteur du raisonnement de Gylden, il ne peut suivre sa méthode de travail et est donc obligé d’étudier ligne à ligne son article. Il reprend les arguments de Gylden (§§ 1-1-82 et 1-1-83) et montre qu’“à chaque approximation, il faut faire intervenir sa jugeote (comme on dit vulgairement) pour décider dans quel sens on doit aiguiller (comme on dit dans les chemins de fer)”. Comme l’algorithme de Gylden n’est pas rigoureusement défini, il est clair que la question de la

---

répète, je regarde comme supérieures à toutes celles qui ont été proposées jusqu’ici, même à celles de M. Gylden. Comment établissez vous la convergence des séries auxquelles vous parvenez ? C’est là un point que tous les astronomes ont jusqu’ici négligé d’établir d’une manière rigoureuse. (AHP)

21. Poincaré, “Sur le problème des trois corps”, version préliminaire de (Poincaré 1890), p. 174, Institut Mittag-Leffler.

convergence est difficilement abordable. En étudiant précisément le mémoire de Gylden, Poincaré montre que ses raisonnements ne sont pas rigoureux. Il conclut avec verve que la démonstration de Gylden revient à admettre le principe suivant :

Toute série procédant suivant les puissances croissantes d'une variable plus petite que 1 est convergente à moins qu'on n'ait des raisons sérieuses de douter de cette convergence. (§ 1-1-82)

Certes, Poincaré module la férocité de son propos en signalant la différence d'objectifs entre Gylden et lui :

M. Gylden dit avoir démontré l'existence de solutions asymptotiques et nous, nous prétendons qu'il ne l'a pas fait. D'où vient cela ! De ce que les mots démonstration et convergence n'ont pas le même sens pour lui et nous. M. Gylden croit avoir démontré la convergence d'une série lorsqu'il a fait voir que les premiers termes vont en décroissant et qu'il est invraisemblable qu'un des 99 premiers termes par exemple ait une valeur très grande. Cela peut être très suffisant pour les applications astronomiques mais cela ne saurait contenter le géomètre. (§ 1-1-82)

Néanmoins, les controverses mathématiques sont autant d'épisodes où Poincaré sort de sa réserve habituelle et de son indifférence aux péripéties quotidiennes. Dans sa correspondance universitaire, il exprime peu de sentiments personnels, évoque rarement les événements politiques et sociaux et s'il participe activement à la vie académique, il se désintéresse des commérages et intrigues de la communauté scientifique. La mort de sa mère est la seule circonstance de sa vie privée évoquée dans la correspondance (en dehors des faire-part) (§ 1-1-143). Poincaré laisse par contre apparaître son désarroi et sa tristesse lorsque il est amené à reconnaître la gravité des erreurs qui entachent le mémoire couronné lors du prix du roi de Suède.

A l'occasion du soixantième anniversaire du roi de Suède, Oscar II, il avait été créé, à l'instigation de Mittag-Leffler, un prix devant récompenser "une découverte importante dans le domaine de l'analyse supérieure". Une commission comportant outre Mittag-Leffler, Hermite et Weierstrass posa quatre questions "qui à divers titres préoccupent également les analystes et dont la solution serait du plus grand intérêt pour les progrès de la science". La première concernait le problème des  $n$  corps ; plus précisément, il était proposé "de représenter les coordonnées de chaque point sous forme de séries procédant suivant quelques fonctions du temps et qui convergent uniformément pour toute valeur réelle de la variable" et de résoudre la question de la stabilité d'un tel système. L'annonce du concours fut faite au printemps 1885 et insérée dans de nombreux journaux scientifiques. Les mémoires devaient parvenir à Stockholm avant le mois de juin 1888.

Poincaré proposa une contribution à la résolution de la première question. Son mémoire comportait 158 pages, auxquelles il ajouta à la demande de Mittag-Leffler, 100 pages de notes additionnelles. Le 21 janvier 1889, le roi Oscar, après consultation de la commission, lui décernait le prix.<sup>22</sup> Le résultat principal de son mémoire primé était une démonstration de la stabilité dans le cadre du problème restreint des trois corps. Il était

22. Un mémoire d'Appell sera aussi récompensé d'une mention spéciale.



arrivé assez vite à ce résultat puisqu'il l'annonçait à Mittag-Leffler dès juillet 1887 (§ 1-1-59). Poincaré pensait alors aborder le problème général, et s'il n'espérait pas résoudre complètement cette question qui occupait les mathématiciens et les astronomes depuis près d'un siècle, il ne désespérait pas de trouver des "résultats assez complets pour pouvoir être envoyés au concours ..." (§ 1-1-59). Ses espérances durent être déçues car il organisa son mémoire autour de ce seul résultat. Il exprime d'ailleurs sa déception dans l'introduction de son mémoire original :

Le présent mémoire a été entrepris pour répondre à la première des quatre questions du concours; mais les résultats que j'ai obtenus sont tellement incomplets que j'aurais hésité à les publier si je ne savais que l'importance et la difficulté du problème donne de l'intérêt à tout ce qui s'y rapporte et qu'on ne peut attendre une solution définitive que d'une longue série d'efforts successifs. [...] j'ai dû me restreindre à un cas particulier. J'ai traité seulement des équations de la dynamique quand il n'y a (pour employer une expression usitée en Angleterre) que deux degrés de liberté (degrees of freedom). (IML, p. 5-8)

L'étude du mémoire de Poincaré occupera Mittag-Leffler et Weierstrass une partie de l'été 1888.<sup>23</sup> Mittag-Leffler s'enthousiasme :<sup>24</sup>

[...] nous [Mittag-Leffler et Weierstrass] sommes de l'opinion unanime que vous avez fait de nouveau un chef d'œuvre de première genre et que la publication de votre mémoire sera le commencement d'une nouvelle époque dans la mécanique céleste. (§ 1-1-70)

Cependant, il ne cache pas la difficulté du mémoire de Poincaré, ni que les démonstrations lui paraissent incomplètes ou un peu rapides :

Mais je ne veux point vous cacher que l'étude de votre œuvre nous a paru offrir des difficultés fort grandes. Vous omettez très souvent les démonstrations des théorèmes généraux et très difficiles ou vous donnez des indications tellement courtes qu'il faut se tourmenter pendant des jours avant qu'on parvienne à mesurer au juste la profondeur de vos idées. (§ 1-1-70)

Poincaré répond en rédigeant des notes aux questions que Mittag-Leffler lui transmet, tant de sa part que de celle de Weierstrass. Il répond à une objection de Weierstrass concernant la définition de la stabilité et, comme on l'a vu plus haut, soutient activement Mittag-Leffler, dans sa polémique avec Gylden.

Début juillet, Mittag-Leffler transmet à Poincaré des questions posées par Phragmén concernant la convergence de certains développements en fonction de la racine carrée

23. Dans une lettre adressée à Mittag-Leffler le 22 octobre 1888, Hermite avoue avoir consacré moins de temps à l'étude du mémoire de Poincaré (voir § 1-1-70, note ??).

24. A la lecture des lettres adressées à Mittag-Leffler, durant cette période, par Weierstrass, on peut raisonnablement penser que Mittag-Leffler exagère l'enthousiasme de son maître. Weierstrass, tout en reconnaissant l'importance des résultats de Poincaré et la nouveauté de ses méthodes, a toujours exprimé des réserves par rapport aux commentaires dithyrambiques de Hermite et Mittag-Leffler. Selon lui, les questions les plus importantes et les plus difficiles du problème des  $n$  corps n'ont pas encore été abordées.

du paramètre du problème (Lettre 89). Poincaré y répond dans une dernière note intitulée *Sur les solutions asymptotiques*, dans la première impression du mémoire conservé à l'IML, pp. 251–256. Cependant, il semble que les interrogations de Phragmén amènent Poincaré à revoir la démonstration de la convergence des solutions asymptotiques qu'il propose et malheureusement, à y découvrir des erreurs fondamentales. Le 1<sup>er</sup> décembre, Poincaré annonce à Mittag-Leffler d'un ton désespéré qu'une grande partie de son travail, dont les résultats de stabilité, s'est effondrée.

Je ne vous dissimulerai pas le chagrin que me cause cette découverte. Je ne sais d'abord si vous jugerez encore que les résultats qui subsistent [...] méritent la haute récompense que vous avez bien voulu m'accorder. (§ 1-1-90)

Le résultat de stabilité du problème restreint des trois corps reposait sur le fait que les surfaces asymptotiques,<sup>25</sup> les surfaces engendrées par les solutions asymptotiques, se refermaient. Toutes les autres solutions étaient “enfermées” dans une telle surface. Dans sa démonstration, Poincaré utilisait un lemme plus général de fermeture d'une courbe. Ce dernier résultat était lié à la convergence des développements des solutions asymptotiques. Or, le lemme s'avéra faux car Poincaré avait oublié un cas dans son analyse (Barrow-Green 1994).

On peut penser qu'il a cru un moment sauver son résultat de stabilité en montrant directement la fermeture des surfaces asymptotiques à partir de ses résultats de convergence des développements des séries asymptotiques. En effet, le 10 décembre 1889, Hermite annonce à Mittag-Leffler que “la situation n'est nullement aussi grave que Poincaré l'avait d'abord pensé” et qu’“il ne s'agit que d'un remaniement dans la rédaction de son magnifique travail”. Malheureusement, si Poincaré avait aisément répondu aux questions de Phragmén sur la convergence des développements des solutions asymptotiques, une étude un peu plus approfondie montre qu'au contraire ces développements ne peuvent être convergents mais qu'ils sont, au contraire, asymptotiques.

Malheureusement les séries ainsi obtenues ne sont pas convergentes. [...] Mais quoiqu'elles soient divergentes ne peut-on en tirer quelque parti ? [...] On peut dire que les séries que nous avons obtenues dans le présent paragraphe représentent les solutions asymptotiques pour les petites valeurs de  $\mu$  de la même manière que la série de Stirling représente les fonctions eulériennes. (Poincaré 1952, 384–386)

De nombreux résultats subsistent, en particulier la divergence des séries de Lindstedt<sup>26</sup>. En outre, Poincaré sauvera, en utilisant des résultats de Hill et Bohlin, un résultat de stabilité, connu sous le nom de théorème de récurrence de Poincaré.

Mittag-Leffler répond qu'il ne regrette pas le prix “qui a été bien dignement placé” et s'occupe, avec son efficacité coutumière, à gérer la crise institutionnelle engendrée par la découverte de l'erreur. Or le mémoire avait été imprimé au mois de novembre 1889 et, en partie, déjà distribué. Mittag-Leffler se propose alors de récupérer les exemplaires distribués sans indiquer les raisons de cette procédure et d'imprimer une nouvelle version.

25. Dans la terminologie actuelle, ces surfaces sont désignées sous le terme de “variété stable”.

26. Weierstrass considérait que la démonstration de la divergence des séries de Lindstedt était un des résultats les plus importants obtenus par Poincaré.

Et voici maintenant ce que je vous propose à faire et ce qui sera d'après mon opinion le plus honorable pour vous comme pour nous. Vous écrivez un nouveau mémoire dans lequel vous introduisez tout ce qui reste de votre mémoire original ainsi que les développements qui se trouvent dans les notes ainsi que tous les autres développements que vous jugez bon d'introduire. Vous écrivez à ce nouveau mémoire une introduction dans laquelle vous dites qu'il est un remaniement du mémoire couronné dans lequel des développements qui se trouvaient seulement indiqués dans le mémoire original sont donnés et dans lequel une erreur que vous indiquez et qui s'était glissée dans vos premières recherches a été corrigée. [...] Je trouve que toute cette histoire doit rester entre nous jusqu'à la publication de votre nouveau mémoire. (§ 1-1-92)

Mittag-Leffler réussira à assurer une certaine confidentialité à l'affaire bien que Weierstrass se plaigne avec dépit d'avoir appris l'erreur de Poincaré par des commérages. Le 20 décembre, après que Poincaré ait accepté l'arrangement proposé par Mittag-Leffler, ce dernier considère la crise comme réglée institutionnellement et encourage Hermite à prononcer l'éloge du travail de Poincaré pour la conférence de fin d'année de l'Académie des Sciences :

Il faut absolument que vous parlez de son mémoire à la séance solennelle de l'Institut. Sinon, tout le monde s'étonnera et on commencera de se demander la cause de votre silence. Et vous pouvez vraiment louer le mémoire sans craindre d'exagérer car il restera dans tous les cas un des premiers chefs-d'œuvre de notre temps. (Lettre de Mittag-Leffler à Hermite datée du 20 décembre 1889 — AS)

Dans la même lettre, Il ajoutait que cette expérience malheureuse ne pouvait qu'être profitable à Poincaré en l'incitant à rédiger ses travaux plus rigoureusement :

D'abord la leçon sera très utile à M. Poincaré qui laissera peut-être à l'avenir son habitude fâcheuse d'énoncer des résultats dont il ne connaît la démonstration que d'une manière imparfaite. [...] Certainement que je partage votre opinion sur Poincaré et sur son génie immense mais il a imposé trop sur tout le monde et ce n'est pas utile qu'un homme qui ne daigne pas être plus exact que lui occupe une position si grande qu'il a eu[e] jusqu'ici. Il est jeune encore, il se reformera et les sciences mathématiques y gagneront. (Lettre de Mittag-Leffler à Hermite datée du 20 décembre 1889 — AS)

Poincaré ne pouvait pas rester sur cette erreur et il reviendra sur cette question en particulier lors de la rédaction du troisième tome de son traité *Sur les méthodes nouvelles de la mécanique céleste* (1899). En considérant l'intersection des deux surfaces asymptotiques associées à une solution périodique instable, il met en évidence, dans le cadre du problème restreint des trois corps, l'existence de solutions doublement asymptotiques homoclines, c'est-à-dire qui tendent vers la trajectoire de la solution périodique dans les deux sens du temps. Il montre en fait qu'il y a une infinité de solutions homoclines et tente de décrire la figure formée par les courbes obtenues en intersectant les surfaces asymptotiques avec un plan :

Que l'on cherche à se représenter la figure formée par ces deux courbes et leurs intersections en nombre infini dont chacune correspond à une solution doublement asymptotique, ces intersections forment une sorte de treillis, de tissu, de réseau à mailles infiniment serrées; chacune des deux courbes ne doit jamais se recouper elle-même, mais elle doit se replier sur elle-même d'une manière très complexe pour venir couper un infini de fois toutes les mailles du réseau. On sera frappé de la complexité de cette figure, que je ne cherche même pas à tracer. Rien n'est plus propre à nous donner une idée de la complication du problème des trois corps et en général de tous les problèmes de Dynamique où il n'y a pas d'intégrale uniforme [...]. (Poincaré 1899, 389)

Il n'est pas sûr que Poincaré ait été désormais plus prudent comme l'espérait Mittag-Leffler; par contre, il a su, à partir de son échec, analyser les raisons profondes de son erreur et ouvrir ainsi de nouvelles voies pour la théorie des systèmes dynamiques.

Grâce à la discrétion de Mittag-Leffler et de quelques personnes réellement informées (Hermite, Kowalevskaia, Phragmén et Weierstrass), la "position si grande" de Poincaré ne fut pas affectée. Mittag-Leffler continua à le solliciter régulièrement pour qu'il rédige des mémoires pour les *Acta mathematica*; <sup>27</sup> d'autre part, à plusieurs reprises, il n'hésita pas à lui demander de mettre son autorité au service des candidats qu'il soutenait lors de recrutements de professeurs de mathématiques ou de physique en Suède.

De même, Poincaré soutint avec Appell la candidature de Mittag-Leffler comme correspondant de l'Académie des Sciences. En 1895, Mittag-Leffler prétextait des difficultés faites aux *Acta mathematica* pour se faire élire. Il prétendait que seule une telle élection pouvait faire taire ses contradicteurs :

Il y a une place libre depuis M. Weierstrass parmi les Correspondants de la Section de Géométrie à l'Institut. Si je suis nommé à cette place tout changerait ici immédiatement. (Lettre de Mittag-Leffler à Hermite datée du 14 avril 1895 — AS)

Hermite et Darboux ne donnèrent pas suite à cette requête et Poincaré ne semble pas avoir été sollicité pour cette question. En revanche, c'est par son intermédiaire qu'une des principales marques de soutien à Mittag-Leffler fut obtenue. Hermite écrivit à Poincaré pour le remercier de ses démarches auprès de son cousin, Raymond Poincaré, Ministre de l'Instruction publique, pour décerner à Mittag-Leffler le grade d'officier de la Légion d'honneur.

En 1897, Mittag-Leffler refait une tentative pour remplacer Brioschi, décédé le 13 décembre 1897, comme membre correspondant de l'Académie des Sciences. Poincaré est, avec Appell, un des rares à répondre favorablement <sup>28</sup> et à l'assurer sans ambiguïté de son soutien :

Je suis prêt à vous soutenir et en attendant à tâter discrètement le terrain. (§ 1-1-149)

<sup>27</sup>. Poincaré publiera entre 1892 et 1910, 10 mémoires dans les *Acta mathematica*

<sup>28</sup>. Curieusement, on ne trouve trace d'aucune lettre de Mittag-Leffler adressée à Poincaré évoquant les élections de correspondant de l'Académie des sciences, alors que l'on retrouve les brouillons des lettres adressées à Appell, Bertrand, Darboux, Jordan et Picard.

Le confident de Mittag-Leffler, Painlevé, l'informe régulièrement des efforts de Poincaré et Appell. Ils obtiennent de pouvoir faire un rapport sur les travaux de Mittag-Leffler, ce qui signifie selon les codes de l'Académie des Sciences, que sa candidature peut être envisagée dans un avenir plus ou moins proche. Mittag-Leffler sera classé en seconde ligne et recevra le soutien du secrétaire perpétuel, Bertrand :

Poincaré et Appell ont cherché du moins à vous mettre en avant en vous ayant des voix cette fois-ci, et je pense que vos 8 voix vous assurent la prochaine place. (Lettre de Painlevé à Mittag-Leffler datée du 31 janvier 1898 — IML)

Après plusieurs péripéties, Appell et Poincaré parviennent à leurs fins et Mittag-Leffler est élu membre correspondant de l'Académie des Sciences le 29 janvier 1900.

Peu après le congrès international des mathématiciens de Paris (1900), Mittag-Leffler tentera d'utiliser de nouveau la notoriété de Poincaré pour fonder une nouvelle revue dans laquelle les mathématiciens contemporains résumeraient et décriraient leurs travaux.

Je dois vous dire que je compte sur vous pour le premier cahier. Vous devrez commencer comme c'était le cas dans le temps avec les *Acta*. (§ 1-1-166)

Poincaré et Appell répondront, de nouveau, favorablement à ces sollicitations et accepteront de rédiger leur notice pour la nouvelle revue baptisée *Monumenta Mathematica Opera Mathematicarum ab Ipsis descripta*. Les autres mathématiciens pressentis refuseront ou donneront une réponse dilatoire. Hermite s'effrayant de l'ampleur de la tâche, Appell proposera de mettre en place une commission chargée de l'analyse de l'œuvre de Hermite. Malheureusement, ce projet n'aboutira pas. Hermite, à l'instigation de Picard qui désapprouvait l'idée même de la revue, préférera que ce travail s'effectue après sa mort.

Poincaré se mit à l'œuvre et rédigea assez rapidement l'analyse de ses travaux scientifiques (1921). Mittag-Leffler prévoyait le début de la publication pour la fin de l'année 1902. En effet, selon lui, il ne restait que quelques précisions à apporter aux *vita* et aux bibliographies des premiers auteurs.

Cependant, sans explication apparente, il abandonna son projet assez brusquement. Il n'y a plus aucune allusion à *Monumenta Mathematica* dans la correspondance de Mittag-Leffler après le mois de mars 1902.

En même temps, à la fin de 1901, Mittag-Leffler rappela à Poincaré son projet de présenter la candidature de Lorentz au prix Nobel de Physique :

Vous m'aviez parlé à Paris de votre projet de proposer Lorentz pour le prix Nobel. Il va sans dire que je suis fort content de cette idée. Cela ouvrira la voie pour récompenser des travaux de théorie. Et votre autorité nous donnera peut-être l'autorité nécessaire pour réussir. (§ 1-1-181)

Mittag-Leffler avait l'intention de faire attribuer le prix Nobel de physique à des physiciens théoriciens ou à des physiciens mathématiciens. Comme à son habitude, il alliait dans cette volonté un indéniable amour des mathématiques à des préoccupations plus triviales. Mittag-Leffler avait ainsi trouvé une nouvelle occasion d'en découdre avec ses adversaires de la *Högskola* et de l'Académie de Stockholm, tous partisans des "méthodes

scientifiques de l'École Oswald-Arrhenius, qui n'aime pas les mathématiques". Dans son livre *Sur la fondation des prix Nobel scientifique* (1984b), Crawford décrit la constitution des deux réseaux de promotion de candidats au prix Nobel de physique constitués par Arrhenius et Mittag-Leffler, et montre que la "définition du champ de la physique au début du siècle" est, au delà des péripéties contingentes, l'enjeu de l'opposition entre ces deux réseaux.

Le 18 juillet 1902, Mittag-Leffler explique à Painlevé sa stratégie :

Je fais mon possible pour l'instant pour faire donner le prix Nobel à Lorentz. C'était nécessaire de mettre Lorentz avant Poincaré. D'abord parce que Lorentz est plus directement physicien et puis pour avoir un rapport par une autorité suffisamment compétente. C'est Poincaré qui a écrit le rapport. Si je réussis, [...] j'aurai gagné d'avoir ouvert la voie pour la théorie ce qui était aussi sûrement dans les idées de Nobel et alors d'abord Poincaré et puis vous-même viendront à la suite. (IML)

L'"autorité" de Poincaré doit emporter l'adhésion de l'Académie des sciences suédoise à la candidature de Lorentz. Selon Mittag-Leffler, ayant fait un premier pas "vers la théorie", elle ne pourra alors qu'en faire un second en couronnant Poincaré pour son œuvre en physique mathématique. Mittag-Leffler sera pourtant obligé d'accepter le compromis du partage du prix Nobel de physique entre le théoricien Lorentz et l'expérimentateur Zeeman.

Entre 1904 et 1909, Poincaré sera proposé à plusieurs reprises en particulier à l'initiative de Darboux. Il n'était pas indifférent à ces tentatives. On trouve à la bibliothèque de l'Académie des Sciences deux lettres très amusantes adressées à Darboux dans lesquelles il établit la liste exhaustive de ses contributions à la physique mathématique et trace ainsi le canevas du rapport que Darboux va rédiger pour la commission Nobel.

En 1910, Mittag-Leffler estime que les circonstances sont favorables à la candidature de Poincaré. Il écrit le 28 novembre 1909 à Appell pour coordonner les initiatives françaises et suédoises :

Le temps est venu où nous pouvons espérer de faire donner le prix Nobel à Poincaré. J'envoie avec le courrier prochain un projet fait par Fredholm qu'il soumet à votre jugement et à celui de M. Darboux. Il a largement puisé de la proposition de Darboux pour cette année. L'essentiel est d'abord de bien développer le rôle que joue la théorie pure dans la physique et puis de conclure avec la proposition de donner le prix pour des découvertes par une formule suffisamment simple. Après quelques discussions nous avons trouvé cette formule dans les découvertes de Poincaré sur les équations différentielles de la physique mathématique. Je crois que nous remporterons la victoire sur ce programme. (IML)

Il poursuit sa lettre en dressant un véritable plan de campagne et en assignant à chacun son rôle :

Ma proposition est maintenant la suivante. Transformez le brouillon de Fredholm en bon français, ajoutez et transformez comme vous voulez en gardant

toujours les deux points dont j'ai parlé. Envoyez-moi après votre rédaction, si possible écrite en machine à écrire, et signée par vous et Darboux. Vous vous signerez Doyen de la faculté des sciences et Darboux se signera après comme secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences. Il ne doit pas se trouver d'autres noms sur cette rédaction, mais puis nous demanderons de tous les physiciens auxquels on s'est adressé cette année de se réunir avec vous. On leur enverra à chacun une copie de votre rédaction ; le temps que nous avons à notre disposition est très court et si nous ne nous pressons pas, il se peut que plusieurs de ceux qui doivent voter pour Poincaré avant d'être informés viendront avec d'autres propositions. Poincaré une fois ayant eu le prix, d'autres nommés de la théorie pure viendront après. [...]

OBS. Evitez autant que possible "mathématiques" et parlez de "théorie pure". Comme tous ceux qui ne sont que d'expérimentateurs, on a une peur folle des mathématiques dans le comité physique du prix Nobel. (IML)

Appell, Darboux et Fredholm signeront un *Rapport sur les travaux d'ordre physique* de Poincaré, dont le préambule affirme qu'"en suivant le développement de la physique, il est impossible de méconnaître le grand rôle que jouent pour cette science les progrès dans le domaine purement théorique". Les influences mutuelles de la physique et des mathématiques sont illustrées par l'exemple du "problème de la distribution de l'électricité en équilibre sur un conducteur dont la formulation mathématique conduit au problème de Dirichlet". Les rapporteurs réaffirment alors l'importance primordiale pour la physique de proposer des théories et de développer des instruments mathématiques :

A mesure que la physique veut pénétrer le mécanisme intérieur et caché des choses, le rôle de l'hypothèse gagne en importance, et dans la même mesure croît le besoin du physicien d'un instrument analytique d'une perfection de plus en plus grande. (Walter, dir, 2007, § 1-1-62)

La candidature de Poincaré est justifiée par ses contributions "à la solution générale et exacte des problèmes de la physique mathématique". L'importance de ses résultats obtenus concernant le problème de Dirichlet est pesamment analysée et soulignée. Le reste du rapport décrit tous les autres travaux de Poincaré en physique mathématique et conclut que l'exposé qui vient d'être fait "porte sur des théories si diverses que l'on a peine à croire qu'elles aient pu être approfondies et perfectionnées par un seul homme".

Une fois réglées les questions du rapport et de l'harmonisation des propositions françaises et suédoises, Mittag-Leffler envoie aux physiciens et aux physiciens-mathématiciens les plus renommés une lettre-circulaire leur demandant de "vouloir bien aussi présenter Poincaré pour le prix "pour ses découvertes concernant les équations différentielles de la physique mathématique"". Un certain nombre de physiciens comme Rutherford refuseront de se joindre à la proposition en faveur de Poincaré pour des raisons de "définition du champ de la physique".<sup>29</sup> Néanmoins, la proposition de décerner le prix Nobel de physique à

29. Crawford analyse dans son article *Le prix Nobel manqué de Henri Poincaré : définition du champ de la physique au début du siècle* (1984a), les raisons historiques et nationales qui permettent de comprendre pourquoi Poincaré ne fut jamais lauréat du prix Nobel.

Poincaré en 1910 réunit 34 signatures parmi les plus éminents physiciens ou mathématiciens, soit le nombre le plus élevé de soutiens à une candidature entre 1901 et 1930. Malheureusement, cela ne suffira pas à convaincre la commission Nobel. L'opposition des expérimentalistes et du réseau d'Arrhenius sera irréductible :

Des propositions Poincaré sont venues de tous les côtés, la vôtre était fort bien. La lutte sera pourtant dure. M. Hasselberg qui est de la commission est de notre côté mais il comprend très peu de l'affaire. Tous les autres de la commission sont des adversaires, surtout Arrhenius qui travaille avec beaucoup d'ardeur contre nous. Les arguments vous les connaissez. Poincaré, ce n'est pas de la physique, c'est des mathématiques. (Lettre de Mittag-Leffler à Volterra datée du 4 mars 1910 — IML)

Malgré "un joli nombre de voix" obtenues par Poincaré, la campagne de Mittag-Leffler est un échec. Un "expérimentateur", Van der Waals, obtient en 1910 le prix Nobel pour ses travaux sur les équations des gaz et des liquides.

Nous avons été vaincus encore cette fois-ci pour le prix Nobel. Toute cette foule de naturalistes qui ne comprend rien sur le fond des choses a voté contre nous. Ils ont peur des mathématiques parce qu'il n'ont pas la moindre chance d'y comprendre jamais quelque chose. (§ 1-1-257)

Le seul point positif fut de faire admettre par le comité Nobel, dans son rapport de 1910, que la physique mathématique était partie intégrante de la physique. Des travaux de pure théorie pouvaient donc recevoir le prix.

En 1911, une proposition en faveur de Poincaré est essentiellement animée par Backlund, Darboux et Volterra. Mittag-Leffler est de nouveau confiant et encourage Darboux à négocier avec Arrhenius :

Il y a de l'espoir que M. Poincaré emportera le prix Nobel de cette année. Tous les autres candidats qui ont été proposés sont assez insignifiants en comparaison avec lui. M. Arrhenius ira à Paris au mois d'Avril. Tachez de le voir alors et faites lui comprendre l'importance qu'on met en France et ailleurs à l'élection de Poincaré. Il n'est pas impossible que Arrhenius pourra se réunir avec ceux de la commission qui proposeront Poincaré et dans ce cas beaucoup sera gagné. (Lettre de Mittag-Leffler à Darboux datée du 25 février 1911 — IML)

De nouveau, malgré les concessions de Mittag-Leffler, la candidature de Poincaré sera mise en échec au profit de celle d'un autre théoricien, Wien. La mort prématurée de Poincaré en 1912 ne laissera pas le temps à l'Académie des sciences de Suède de lui décerner le prix Nobel de physique.

La dernière lettre dont nous disposons date de 1911. Dans celle-ci, Mittag-Leffler introduit auprès de son ami un jeune mathématicien danois, Nörlund.

Dès la mort de Poincaré, Mittag-Leffler envisage de consacrer à sa mémoire un numéro de *Acta mathematica*. Il demande au neveu du défunt, Pierre Boutroux, de retrouver la notice que Poincaré avait rédigée en 1901 à l'occasion du projet avorté de la revue *Monumenta Mathematica*. Il sollicite, entre autres, des contributions à Appell, Hadamard et Volterra.



La mort de Poincaré m'a vivement impressionnée. J'ai suivi sa carrière glorieuse depuis le commencement et nous étions très bons amis. Je pense consacrer un tome des *Acta* à sa mémoire. Je tâcherai d'écrire moi-même un article avec mes souvenirs personnels. M. Hadamard m'envoie une autre article avec une appréciation de ses œuvres différentes. Il m'a promis cela à Cambridge. J'ai à vous adresser la même question que j'ai fait à Hadamard. J'espère que vous m'écrirez vous aussi un tel article. Vous et Hadamard sont au fond les seuls qui sont vraiment compétents de la faire. Je ne connais pas d'autres qui sont en état d'embrasser et de juger tout l'œuvre de Poincaré. L'article doit être dans mes mains au plus tard sur le commencement de Décembre. (Lettre de Mittag-Leffler à Volterra datée du 22 septembre 1912 — IML — Brefkoncept 5290)

Certains auteurs comme Hadamard ne rédigeront pas leur article aussi rapidement que le souhaitait Mittag-Leffler, d'autres, comme Volterra,<sup>30</sup> déclineront l'offre. Le projet de prendra du retard. La guerre<sup>31</sup> obligera finalement Mittag-Leffler à ne publier le volume consacré à l'Œuvre de Poincaré qu'en 1921.<sup>32</sup> D'autre part, Mittag-Leffler est un des premiers à avoir lancé l'idée de publier les Œuvres complètes de Poincaré. Le 5 août 1912, il écrit à Pierre Boutroux pour lui suggérer de s'occuper de cette édition :

Une autre question se relève maintenant, qui doit être traitée le plus tôt possible : je veux dire une édition complète des œuvres de Poincaré. Tout le monde mathématique attendra avec impatience une telle publication. J'espère que vous vous en occuperez. Il faut agir vite et pas trainer la chose à la longue comme le cas a été malheureusement avec les œuvres de Weierstrass. Il y a un si grand nombre de jeunes mathématiciens très distingués en France et à Paris qu'il doit être très facile d'esquisser une comité qui se charge avec cette édition. Je pense que le travail est trop grand pour un seul homme et qu'il faut par conséquent que plusieurs y prennent part et se partagent entre eux le travail. Excusez moi que je me mêle dans une telle affaire que vous trouvez peut-être ne me regarde pas, mais je parle au nom, je crois, de tous les géomètres de notre époque, qui sont dignes de nom et encore en ami et admirateur de Poincaré. (IML — Brefkoncept 5198)

Un comité dirigé par Appell et Darboux se met rapidement en place peu après le congrès de Cambridge :

Nous allons sans doute pouvoir aussi réaliser l'idée que vous avez émise le premier et entreprendre une édition des œuvres de mon oncle. Monsieur Darboux et Monsieur Appell ont pris la direction des négociations et Gauthier-

30. Volterra refuse la proposition de Mittag-Leffler car il est déjà sollicité par Borel pour le volume *Henri Poincaré, l'œuvre scientifique — l'œuvre philosophique* de la Nouvelle Collection scientifique dirigée par ce dernier.

31. La guerre fera avorter un autre projet cher à Mittag-Leffler. En effet, le 6<sup>e</sup> congrès mondial des mathématiciens, prévu en 1916, aurait dû se dérouler à Stockholm.

32. Mittag-Leffler signale dans la préface que l'essentiel de ce volume était imprimé cinq ans auparavant.

Villars va étudier la question. (Lettre de P. Boutroux à Mittag-Leffler datée du 15 octobre 1912 — IML)

Dans une lettre adressée à Appell le 15 février 1913, Mittag-Leffler émettra l'idée de confier l'édition du volume consacré aux fonctions fuchsiennes, à Nörlund :

J'ai appris que vous vous êtes mis ensemble avec M. Darboux à la tête d'une organisation pour publier les œuvres de Poincaré. A ce rapport, j'ai une proposition à vous faire. M. Nörlund vient de faire des découvertes d'une très grande importance qui jettent un jour tout nouveau et très inattendu sur les fonctions fuchsiennes et kleinéennes (= fonctions automorphes). Il va vous communiquer peu à peu ces découvertes pour les *Comptes Rendus*. En somme, je trouve que lui est le plus compétent qu'on ne puisse trouver à préparer, pour la publications dans les Œuvres les 5 ou 6 grands mémoires de Poincaré sur ce sujet dans les *Acta*. Malheureusement, il y a dans ces mémoires des fautes de calculs qu'il faut corriger et il y aura d'autres observations à faire. Voulez-vous confier ce soin à M. Nörlund? J'en suis sûr que personne le remplira mieux que lui et plus à l'honneur de Poincaré. (IML — Brefkoncept 5311)

L'étude de la correspondance entre deux mathématiciens est intéressante à plusieurs niveaux. Barbarin justifie, dans l'introduction de ses articles consacrés à la correspondance entre Houël et de Tilly, l'intérêt de telles publications en expliquant qu'elles sont fondamentales pour comprendre leur démarche.

La correspondance entre les Savants est toujours d'un puissant intérêt, et l'Histoire de la Science trouve un avantage de premier ordre à ce qu'elle soit recueillie et conservée avec soin, publiée même, si cela devient nécessaire, car elle fait partie de leur œuvre et du patrimoine scientifique qu'ils nous ont légués. Non seulement nous devons rendre ce pieux hommage à la Mémoire des Savants, mais nous devons estimer avec raison que leur correspondance complète ce patrimoine en y ajoutant une note intime qui nous aide à mieux comprendre le sens et l'orientation de leur Travaux, et quelquefois même en révèle la raison d'être. (Barbarin 1926, 50)

L'argument de Barbarin selon lequel la correspondance scientifique d'un auteur fait partie de son œuvre est à comprendre au sens le plus large. Dans leur correspondance, les auteurs dévoilent non seulement, les motivations et les objectifs de leurs travaux, mais aussi leur stratégies académiques et administratives.

Ainsi, un des aspect les plus intéressants de la correspondance entre Poincaré et Mittag-Leffler reste, comme on l'a vu, celui des relations entre un éditeur et un de ses auteurs. Mittag-Leffler avait conçu le succès de sa revue autour des travaux sur les fonctions fuchsiennes et il demande régulièrement à Poincaré, tout au long de sa correspondance avec celui-ci, de développer dans des mémoires pour les *Acta mathematica* les résultats annoncés dans les *Comptes rendus*. Mittag-Leffler comprend très tôt la nécessité, pour les mathématiciens, d'échanges et de collaborations à un niveau international ; il construit sa carrière en créant, avec les *Acta mathematica*, un lieu privilégié de communication entre, en particulier, les mathématiciens français et allemands. Cette correspondance montre que

Poincaré, entre autres, était au centre du réseau européen mis en place par Mittag-Leffler. La stratégie éditoriale de ce dernier rencontre les aspirations de Poincaré à une renommée internationale. Contrairement à l'image de savant un peu éthéré, couramment propagée par l'hagiographie officielle, il était très soucieux de la diffusion son travail et de sa réputation internationale. La correspondance qu'il entretient avec Mittag-Leffler nous révèle que sa collaboration privilégiée avec le journal de Mittag-Leffler est essentielle dans sa stratégie de reconnaissance internationale.

Du point de vue de l'histoire interne, les correspondances peuvent receler de précieuses indications au sujet des controverses, des influences et des péripéties concernant la découverte d'un résultat ou l'élaboration d'une théorie. Comme Mittag-Leffler et Poincaré ne collaborent pas scientifiquement, la leur n'est pas exceptionnellement intéressante de ce point de vue, même si quelques lettres illuminent la genèse de certains résultats de Poincaré. Ainsi, la lettre 3 est particulièrement passionnante et permet de saisir l'importance des travaux antérieurs de Poincaré sur les invariants arithmétiques pour la découverte de la théorie des fonctions fuchsienues. De même, les lettres de la période du concours du roi de Suède sont essentielles pour comprendre l'origine des idées de Poincaré en mécanique céleste. De la même manière, la polémique entretenue avec Gylden montre qu'il avait particulièrement bien saisi que les objectifs des mathématiciens purs et des calculateurs étaient différents et donc que les exigences de rigueur ne pouvaient pas être les mêmes sans pour autant discréditer les travaux des astronomes.

D'un autre côté, l'étude des correspondances d'un auteur peut révéler des détails biographiques inattendus. Par exemple, en consultant les dossiers des brouillons des lettres de Mittag-Leffler conservés à l'institut Mittag-Leffler, on s'aperçoit que celui-ci était non seulement un universitaire particulièrement actif mais aussi un homme d'affaire avisé mettant à profit ses voyages en Europe autant pour entretenir le réseau de ses relations universitaires et académiques que pour développer ses entreprises. Poincaré est, par contre, particulièrement discret sur sa vie privée et ne livre qu'assez peu d'opinions personnelles dans sa correspondance scientifique. Néanmoins, on obtient indirectement de nombreuses indications en effectuant des recoupements avec d'autres correspondances. On apprend ainsi que Poincaré s'investissait dans les activités académiques de manière non-négligeable. De même, on peut penser aussi que la position à l'Académie et dans les institutions universitaires de Poincaré et Appell s'était affermie à partir de 1897 puisque Mittag-Leffler leur confie, à partir de ce moment, la défense de ses intérêts académiques en France.

Enfin, la confrontation de certains éléments de la correspondance avec des articles de presse peut permettre d'évaluer la position sociale et institutionnelle des sciences et des scientifiques. On ne peut qu'être surpris que le voyage de Poincaré en Suède en 1905 ait bénéficié d'une telle couverture journalistique (plus de 60 articles de presse); de la même manière, les résultats du concours du roi de Suède furent annoncés dans de nombreux journaux. Ces épisodes font ressortir qu'au tournant du siècle, les sciences et les scientifiques jouissaient d'une faveur particulière.

Philippe Nabonnand  
Nancy



# Bibliographie

- Appell, P. et Drach, J., dir. *Œuvres d'Henri Poincaré, Volume 1*. Paris : Gauthier-Villars, 1928.
- Barbarin, P. La correspondance entre Hoüel et de Tilly. *Bulletin des sciences mathématiques* 50, 1926, 50–64.
- Barrow-Green, J. E. Oscar II's prize competition and the error in Poincaré's memoir on the three body problem. *Archive for History of Exact Sciences* 48, 2, 1994, 107–131.
- Crawford, E. Le prix Nobel manqué de Henri Poincaré : définitions du champ de la physique au début du siècle. *Bulletin de la société française de physique* 54, 1984a, 19–22.
- . *The Beginnings of the Nobel Institution : the Science Prizes, 1901–1915*. Cambridge : Cambridge University Press, 1984b.
- Domar, Y. On the foundation of *Acta mathematica*. *Acta mathematica* 148, 1982, 3–8.
- Dugac, P. Lettres de Charles Hermite à Gösta Mittag-Leffler (1874–1883). *Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques* 5, 1984, 49–285.
- . Henri Poincaré, la correspondance avec des mathématiciens (de A à H). *Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques* 7, 1986, 59–220.
- Duporcq, E., dir. *Comptes rendus du IIe Congrès international des mathématiciens*. Paris : Gauthier-Villars, 1902.
- Gispert, H. Une comparaison des journaux français et italiens dans les années 1860-1875. In Goldstein et. al. (1996), 389–406, 1996.
- Goldstein, C., Gray, J., et Ritter, J., dir. *L'Europe mathématique*. Paris : Éditions des sciences de l'homme, 1996.
- Gray, J. *Linear Differential Equations and Group Theory from Riemann to Poincaré*. Boston : Birkhäuser, 2e édition, 2000.
- Gyldén, H. Untersuchungen über die Convergenz der Reihen, welche zur Darstellung der Coordinaten der Planeten angewendet werden. *Acta Mathematica* 9, 1887, 185–290.
- Hörmander, L. The first woman professor and her male colleague. In *Miscellanea Mathematica*. Publié par P. Hilton, F. Hirzebruch, et R. Remmeel, 195–211. Berlin : Springer, 1991.
- Lévy, J. R., dir. *Œuvres d'Henri Poincaré, Volume 7*. Paris : Gauthier-Villars, 1952.
- Mittag-Leffler, G. Une page de la vie de Weierstrass. In Duporcq (1902), 131–153, 1902.
- . Zur Biographie von Weierstrass. *Acta mathematica* 35, 1911, 29–65.
- . Weierstrass et Sonja Kowalevsky. *Acta Mathematica* 39, 1923, 133–198.

- Poincaré, H. Sur les courbes définies par une équation différentielle. *Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences de Paris* 90, 1880, 673–675.
- . Sur l'intégration des équations différentielles par les séries. *Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences de Paris* 94, 1882, 577–578.
- . Sur les fonctions à espaces lacunaires. *Acta Societatis scientiarum Fennicae* 12, 1883a, 343–350.
- . Sur les fonctions de deux variables. *Acta mathematica* 2, 1883b, 97–113.
- . Sur l'équilibre d'une masse fluide animée d'un mouvement de rotation. *Acta mathematica* 7, 1, 1885, 259–380.
- . Remarques sur les intégrales irrégulières des équations linéaires (réponse à M. Thomé). *Acta mathematica* 10, 1, 1887, 310–312.
- . Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique. *Acta mathematica* 13, 1890, 1–270.
- . *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste, Volume 2*. Paris : Gauthier-Villars, 1893.
- . L'œuvre mathématique de Weierstraß. *Acta mathematica* 22, 1898, 1–18.
- . *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste, Volume 3*. Paris : Gauthier-Villars, 1899.
- . Analyse des travaux scientifiques de Henri Poincaré faite par lui-même. *Acta mathematica* 38, 1921, 1–135.
- Thomé, W. L. Bemerkung zur Theorie der linearen Differentialgleichungen. *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 101, 1887, 203–208.
- Valiron, G., dir. *Œuvres d'Henri Poincaré, Volume 4*. Paris : Gauthier-Villars, 1950.
- Walter, S. A., dir. *La correspondance d'Henri Poincaré, Volume 2 : La correspondance entre Henri Poincaré et les physiciens, chimistes et ingénieurs*. Basel : Birkhäuser, 2007.