SULLY PRUDHOMME MATHÉMATICIEN

I. — Les papiers mathématiques de Sully Prudhomme.

On sait que Sully Prudhomme a reçu dans sa jeunesse une éducation scientifique, qu'il a songé à se présenter à l'École Polytechnique et qu'il n'en a été empêché que par la maladie. On trouve dans ses vers la trace de préoccupations scientifiques; les problèmes de la Science n'ont jamais cessé de l'intéresser et on ne peut le lire sans s'apercevoir que sa pensée en était comme hantée. Mais on pourrait croire que ce n'était là chez lui qu'une aspiration vague, que ces mystères grandioses devant lesquels l'intelligence humaine hésite lui inspiraient plutôt une sorte d'émoi religieux que le désir de les dévoiler par des efforts systématiques, ou bien encore que le spectacle de nos récentes conquêtes lui donnait plutôt de l'admiration pour les savants que l'ambition de les imiter.

Cela ne serait pas tout à fait exact; de volumineux manuscrits que l'on a retrouvés chez lui en font suffisamment foi. Pour la plupart, ils sont consacrés à la philosophie des Mathématiques; d'autres traitent de différentes questions de Physique ou de Biologie. Rien de ce qu'a pu penser un esprit aussi élevé ne peut nous être indifférent et je crois qu'il ne sera pas sans intérêt de dire quelques mots des idées du poète philosophe sur des questions si étrangères à la plupart des hommes de lettres.

Il convient, sans doute, de commencer par une courte description de ces manuscrits, qui nous sont parvenus dans un état de désordre extrême :

1° Nous trouvons d'abord une sorte de grand registre vert (format 23×35) contenant 151 feuillets écrits d'un seul côté; c'est la rédaction d'un Mémoire sur les fondements de la Géométrie. Le manuscrit n'est pas de son écriture; c'est donc la copie d'une rédaction antérieure, mais, presque à chaque page, on trouve des corrections et des additions de sa main; des feuilles de papier de diverses dimensions sont collées sur divers endroits du texte, sans doute dans l'intention de substituer une rédaction nouvelle à l'ancienne, qui ne l'avait pas satisfait; mais la plupart de ces feuilles sont restées blanches; de temps en temps, sont intercalées des feuilles volantes, sur lesquelles sont sommairement indiqués au crayon ou à la plume des projets de modification;

2° Sont jointes à ce registre une vingtaine de pages volantes du même format, avec des essais de rédaction se rapportant au même sujet; elles sont de la main de Sully Prudhomme; elles portent de nombreuses ratures et aussi des corrections écrites sur des papillons collés sur le texte. Elles ne semblent pas être d'une rédaction postérieure à celle du registre, mais plutôt des débris d'une rédaction antérieure, qu'il se proposait de fondre avec celle du registre pour en tirer un texte définitif;

3° On trouve encore, joint à ce même registre, un manuscrit in-8° de 17 pages environ, intitulé « Mathématiques générales, de la Signification des infinis mathématiques ». Il est de la main du poète; mais, de place en place, sont intercalées des portions d'un texte imprimé, avec quelques corrections manuscrites; il semble que Sully ait fait une première rédaction, l'ait envoyée à l'imprimerie, puis, désirant donner à son ouvrage plus de développement, ait découpé les placards et les ait collés sur des feuilles de papier en y intercalant les additions très considérables qu'il désirait y faire;

4° Nous trouvons ensuite un carton gris contenant trois chemises; dans la première chemise, 21 pages in-4° avec le titre « Livre I : Propriétés générales de l'Espace; les diverses espèces de grandeurs géométriques — le point — la distance ». Sur l'une des pages, je relève des indications au crayon bleu : « M. Vandert, 136 lignes, en 9, épreuves à M. Sully Prudhomme, 82, faubourg Saint-Honoré ». Ces indications prouvent que cette partie du manuscrit a été effectivement envoyée à l'impression (le nom de M. Vandert est celui du compositeur à qui cette page était confiée; en 9, c'est la désignation du « corps » à employer). On n'a pas retrouvé les placards et on ignore ce qu'ils sont devenus. Dans la deuxième chemise, on trouve la suite de la même rédaction, et le manuscrit est, comme le précédent, calligraphié avec soin en vue de l'impression; mais il ne semble pas avoir été envoyé à l'imprimerie. La troisième chemise contient une série de propositions numérotées de 35 à 124; c'est évidemment une sorte de résumé ou de plan général d'une partie de l'ouvrage;

5° Un cahier vert (format 21×31) contient une centaine de pages de la main de Sully, toujours relatives au même sujet; les ratures sont extrêmement abondantes; il n'est pas rare non plus de trouver des corrections écrites sur papillons. Nous relevons les sous-titres suivants : « Grandeurs en général, espace, génération des étendues, contiguïté des étendues, concept du mouvement appliqué à la Géométrie. Ligne droite parallèle, contiguïté des droites; le plan, etc. »;

6° Un grand carton noir contenant des manuscrits de la main de Sully et du même format que le grand registre vert. Toujours beaucoup de ratures et de papillons. Ces manuscrits sont répartis en sept chemises : première chemise, 60 pages avec le titre : « Des fondements logiques de la Géométrie pure »; deuxième chemise, 15 pages environ sur les parallèles et le plan; troisième chemise, une feuille de titre : « Livre III : Théorie des parallèles et du plan (cette feuille devrait se trouver évidemment dans la chemise précédente), et en outre des pages numérotées 94 à 126 avec le titre : « Livre IV: Théorie des angles et du triangle »; quatrième chemise, pages numérotées 56 à 67 avec le titre : « Livre II: Théorie de la ligne droite »; on y trouve aussi de nombreuses feuilles volantes et 6 pages non numérotées; cinquième chemise, pages 128 à 145 avec le titre : « Livre V : Rapports du point, de la droite et du plan avec le plan dans l'espace »; sixième chemise, pages 146 à 170 avec le titre : « Livre VI : Définition des dimensions, définition de la circonférence par les directions »; septième chemise, 6 pages détachées de la même rédaction: un cahier de plus petit format, 14 pages écrites au commencement sous le titre « Introduction », et 16 pages écrites à la fin sous le titre « Euclide »; le milieu est resté blanc. En plus une quinzaine de feuillets détachés;

7° Première chemise isolée; vingt pages détachées relatives au même sujet. Elles sont écrites par Sully Prudhomme évidemment pour lui-même et constituent un premier brouillon de la rédaction précédente; dans cette même chemise, on trouve des notes relatives à la Géométrie et deux manuscrits in-8° intitulés : l'un « Biologie » et l'autre « Système solidaire des rapports »;

8° Une enveloppe contenant une correspondance avec divers savants;

9° Deuxième chemise isolée; vingt pages in-4° sur la Géométrie; mêmes observations qu'au sujet des pages détachées contenues dans la première chemise isolée;

10° Troisième chemise isolée portant la mention carton 7; une vingtaine de pages contenant des débris d'une rédaction antérieure du grand Mémoire sur la Géométrie; une quinzaine de pages suivies sur la nature des axiomes;

11° Quatrième chemise isolée contenant : 1° 12 pages sur la nature des axiomes; 2° une première rédaction du travail dont nous avons le texte définitif dans le cahier de petit format dont j'ai parlé plus haut et qui se trouve dans la septième chemise du grand carton noir; 3° 8 pages intitulées « Préliminaires »;

12° Cinquième chemise isolée ne contenant que des pages détachées, débris des rédactions successives du grand Mémoire de Géométrie.

II. — Impossibilité d'une publication.

Cette description montre assez que Sully Prudhomme ne s'est pas seulement occupé de Mathématiques d'une façon occasionnelle, mais qu'il est revenu à diverses reprises sur ces questions, qu'il y a pensé pendant plusieurs années et qu'il y a consacré beaucoup de travail. Il reste des traces de trois rédactions successives de son principal Mémoire et il y en a peut-être eu davantage. Il a songé à les publier et il semble même avoir envoyé une partie de son manuscrit à l'imprimerie; il a ensuite découpé les placards, et a cherché à les faire entrer dans une rédaction nouvelle entièrement remaniée. N'étant pas parvenu à se satisfaire, il paraît avoir renoncé à son dessein.

Dans ces conditions, une question se pose : Convient-il de publier en totalité ou en partie les manuscrits qu'ils nous a laissés, ou bien serait-ce une trahison envers sa mémoire de livrer au public un travail incomplet qu'il ne lui destinait pas? L'une des trois rédactions, probablement la plus ancienne, est par trop informe, elle présente trop de lacunes pour qu'il puisse y avoir doute. La seconde, celle du grand registre vert, est celle qui semble la plus complète; mais elle porte la mention suivante, de la main de Sully Prudhomme :

« Cette copie de mon travail sur la Géométrie pure est erronée. Je ne reconnais comme exprimant mes idées que le manuscrit sur lequel cette copie a été faite et qui depuis a été corrigé et revu par moi. »

Voilà qui tranche la question. D'ailleurs, des pages entières sont recouvertes de feuilles de papier blanc collées sur le texte, sans doute dans l'intention de les rédiger entièrement à nouveau; on ne saurait donc imprimer le texte ainsi recouvert sans trahir délibérément la pensée de l'auteur; ou le supprimer, sans que tout le reste de l'ouvrage devienne incompréhensible.

Reste donc la troisième rédaction, comprenant les 21 pages intitulées : « Livre I », dans la première chemise contenue dans l'enveloppe cartonnée grise, et les 24 pages qui paraissent en être la suite et qui sont dans la deuxième chemise dans cette même enveloppe; et, d'autre part, les contenus des deuxième, troisième, quatrième, cinquième et sixième chemises du grand carton. L'ensemble constituerait 170 pages avec quelques lacunes.

Mais on peut se demander s'il ne s'agit pas d'une rédaction antérieure dont Sully Prudhomme n'avait pas été satisfait, puisqu'après avoir envoyé à l'imprimerie le commencement du Livre I, il paraît l'en avoir retiré et n'y avoir pas envoyé les livres suivants. Et d'ailleurs nous devons nous rappeler la mention que Sully avait inscrite sur le grand registre vert et que j'ai citée plus haut. La rédaction que nous avons entre les mains est-elle bien « le manuscrit sur lequel la copie a été faite », le seul qui exprime les idées de l'auteur?

Il y a d'évidentes ressemblances, des phrases entières textuellement reproduites; mais il y a aussi des divergences notables; par exemple, je prends le second alinéa :

« L'identité de deux choses consiste en ce qu'elles ne sont pas distinctes l'une de l'autre dans la réalité, bien qu'elles l'aient été dans la pensée », et je lis dans la copie : « L'identité de deux choses, c'est donc leur unité effective sous leur pluralité putative. » Les deux énoncés sont équivalents, bien que le second soit plus concis. Mais les divergences ne peuvent pas être attribuées à une erreur de copiste; ce n'est pas un scribe qui, lisant dans le texte qu'il a à reproduire ce membre de phrase : « bien qu'elles l'aient été dans la pensée », a pu avoir l'idée de le traduire par « sous leur pluralité putative ».

D'ailleurs, Sully Prudhomme dit que son manuscrit a été corrigé et revu, probablement depuis que la copie a été faite, et que c'est parce que ces corrections ne figurent pas sur cette copie que celle-ci ne rend plus exactement sa pensée. Or, les cahiers que nous possédons ne portent pas trace de ces corrections; ce n'est donc pas là qu'il convient de chercher le texte qui reproduisait convenablement la pensée de l'auteur. Dans ces conditions, il me semble qu'il serait inopportun de rien publier.

III. — Ce qu'on doit attendre de l'étude de ces papiers.

Mais, si nous devons renoncer à livrer ces papiers à l'impression, ils n'en contiennent pas moins une foule d'idées intéressantes dont je voudrais ici dire quelques mots. D'ailleurs, la peine que l'auteur s'était donnée ne sera pas entièrement perdue, puisque les manuscrits seront déposés au *Foyer Sully Prudhomme*, où les lecteurs pourront les consulter.

Avant de commencer cette analyse, je dois bien expliquer ce qu'on peut espérer d'une pareille lecture. Il serait puéril de s'attendre à une véritable découverte mathématique. Sully Prudhomme ne s'était rien proposé de pareil. Il a écrit sur les fondements de la Géométrie, il ne fait rien de nouveau, il réfléchit sur ce qui a été fait.

Mais va-t-il sortir, du moins, de ces considérations un système nouveau qui va bouleverser toutes nos idées sur la philosophie des Mathématiques; il serait absurde de s'y attendre. Ces pages ont été écrites il y a plusieurs années; elles n'ont donc pu profiter de tout le mouvement scientifique qui s'est produit dans ces derniers temps et, en particulier, des travaux de M. Hilbert, qui ont entièrement renouvelé la question.

Ce n'est pas tout; Sully Prudhomme ne paraît pas avoir connu les découvertes de Bolyai et de Lobatchewski; sans doute, il n'aurait pu à cette époque en trouver une traduction française, mais il aurait pu, s'ils lui avaient été signalés, lire le texte latin de Bolyai ou une traduction allemande de Lobatchewski. Mais toute cette partie de la Science était ignorée en France au moment où Sully Prudhomme faisait ses études scientifiques, et il ne l'a jamais soupçonnée. Une foule de questions qui jouent aujourd'hui le premier rôle ne se posaient donc pas pour lui.

Ainsi ces Mémoires ne pourront pas accroître l'étendue de nos connaissances. S'ensuit-il que la lecture en doive être pour nous sans profit? D'abord, il est toujours intéressant d'étudier la pensée d'un homme supérieur; par elle-même, et indépendamment de son contenu, elle est digne de l'attention du psychologue. Et puis, pour le mathématicien même, il n'est pas sans utilité de voir comment ces questions se présentent à un esprit distingué, mais peu au courant de ce qui a été déjà écrit sur le même sujet, à une intelligence fraîche pour ainsi dire. Nous ne les apercevons plus qu'à travers une foule de travaux antérieurs, ou, si l'on veut, à travers une série de prismes qui leur ont fait subir des réfractions multiples. Nous les avons schématisés, dépouillées de leur contenu imaginatif, et nous opérons souvent plutôt sur des symboles que sur des réalités. Je crois donc que les lecteurs, même mathématiciens, verront dans l'analyse qui va suivre autre chose qu'une simple curiosité.

IV. — Analyse du mémoire sur la géométrie.

Voyons donc quelle marche il suit dans son principal travail, celui qui est relatif à la Géométrie. Il commence par rechercher ce qu'on doit entendre par *identité*, *rapport* et *égalité*, par *unité*, *pluralité*, *grandeur continue* ou *discontinue*, par *mesure* et par *quantité*. Dans cette partie de son ouvrage, il s'écarte peu des façons habituelles de voir des mathématiciens; je signalerai seulement que le mot *rapport* est pris tantôt dans le sens précis que lui donnent les géomètres, tantôt dans le sens vague où les littérateurs l'entendent. Ce n'est pas sans intention d'ailleurs, car l'auteur veut prouver que le premier de ces sens dérive du second et expliquer comment on a pu passer de l'un à l'autre.

J'insisterai plus longuement sur ce que dit Sully Prudhomme du *fini* et de l'*infini*. Pour lui, le concept de l'infini est antérieur logiquement à celui du fini; l'étendue finie ne peut être conçue que comme une limitation de l'espace infini; c'est un morceau découpé dans cet espace, et qu'on n'y aurait pu découper si l'on ne supposait l'existence préalable de cet espace; l'indéfini est postérieur encore, puisqu'une grandeur indéfinie n'est autre qu'une grandeur finie croissant sans cesse de façon à dépasser toutes les bornes que l'on pourrait lui assigner dans l'espace infini où elle est découpée.

S'il y a un infiniment grand, préexistant au fini, il n'y a pas, en revanche, un infiniment petit, il n'y a qu'un indéfiniment petit, qui est un devenir. Comme celle du devenir lui-même, cette notion répugne à notre raison, mais elle lui est imposée par la nécessité d'expliquer le mouvement, qui, sans elle, serait incompréhensible. Il est manifeste que l'influence des philosophes, celle de Zénon et celle de Kant, a joué un rôle prépondérant dans la genèse de cette théorie.

L'auteur distingue ensuite les éléments de la science: ce qu'il appelle les constatations initiales, c'est-à-dire les axiomes; les définitions et les propositions, c'est-à-dire les théorèmes. Ce mot de constatations initiales pourrait faire croire qu'il considère les axiomes comme des faits expérimentaux; mais il n'en est rien, car il ajoute immédiatement que les « attributs les plus généraux de l'espace sont les conditions mêmes de la perception du corps ». Son point de vue est donc celui de Kant.

Sully Prudhomme aborde ensuite l'étude proprement dite de la Géométrie; et, ce qu'il y a de plus original, c'est le détour par lequel la notion de ligne droite est introduite. Nous considérerons d'abord des couples de points; et, à propos de chacun de ces couples, nous envisagerons la distance des deux points qui le composent. Quant à cette distance elle-même, on la définit en considérant les divers chemins qui vont d'un point à l'autre et en prenant celui de ces chemins dont la longueur est minima.

On peut critiquer cette façon de procéder, qui met à la base de tout cette notion très complexe de la longueur d'un arc de courbe. Le plus court chemin d'un point à un autre est ce que Sully appelle une ligne de distance, et il ne sait pas encore, d'ailleurs, si ce chemin est unique. Mais ce n'est pas ainsi qu'il définit la ligne droite; il se réserve de démontrer plus loin l'identité de cette ligne de distance avec la ligne droite définie d'une tout autre manière.

Grâce à cette notion de distance, nous pouvons maintenant définir des séries de points équidistants, où la distance de deux points consécutifs est toujours la même. Parmi ces séries, il distingue les séries *droites*, et pour définir ces séries droites, il introduit la notion d'*orientation*; cette notion lui apparaît comme primordiale.

Si l'on envisage deux couples de points dont la distance est la même, il lui semble qu'on peut apercevoir immédiatement, par intuition pour ainsi dire, si les deux distances égales ont même orientation, et que cette orientation, tombant immédiatement sous notre intuition, n'a pas besoin d'être définie. Il n'aperçoit pas le postulat qui est implicitement supposé par l'introduction même de ce mot. Parler d'orientation, c'est supposer que, si, dans une figure, nous avons deux couples de points dont l'orientation est la même, ces deux couples ne cesseront pas d'avoir la même orientation quand cette figure se déplacera. C'est donc admettre qu'il y a des déplacements où toutes les orientations se conservent, d'où il suit aisément que tous ces déplacements forment un groupe et qu'ils sont tous permutables entre eux. C'est admettre, en un mot, le postulatum d'Euclide.

Sans doute, il n'y a aucun moyen d'éviter l'introduction de ce postulat, mais il n'est pas sans inconvénient que cette introduction se fasse d'une façon pour ainsi dire subreptice, à tel point que je ne suis pas bien sûr que Sully Prudhomme n'ait pas eu l'illusion qu'il avait démontré le postulatum d'Euclide.

Quoi qu'il en soit, l'auteur donne le nom de *séries droites* à une série de points équidistants dont les couples successifs ont une orientation constante, et il établit d'abord pour les séries droites une suite de théorèmes analogues à ceux que l'on démontre d'ordinaire des lignes droites.

Pour aller plus loin, Sully Prudhomme introduit ensuite la notion de ce qu'il appelle la proximité des points. « On peut, dit-il, concevoir la distance de deux points *aussi petite qu'on veut*, moindre que toute longueur finie donnée, *et différant, par conséquent, aussi peu que l'on veut du zéro d'étendue*; conçue dans ces conditions, la situation relative des deux points est une proximité sans fin. Cette relation des deux points n'est pas identique à une coïncidence.....; elle n'est pas non plus identique à une séparation. » Les deux membres de phrase soulignés ont été ensuite effacés, et le premier remplacé par le suivant: « diminuant indéfiniment, par conséquent ». Il n'y a donc aucun doute sur sa pensée: deux points en proximité ne sont pas autre chose que ce que l'on appelle d'ordinaire deux points infiniment voisins. La proximité n'est qu'un devenir, comme l'infiniment petit leibnitzien.

Cela posé, considérons une série droite, et soit d la distance de deux points consécutifs de cette série; nous pouvons en déduire une autre série droite contenant tous les points de la première et où la distance de deux points consécutifs soit d/n; sur la série ainsi obtenue, nous pourrons opérer de la même manière, et ainsi de suite. Nous serons ainsi conduits à des séries droites où la distance de deux points consécutifs décroît au delà de toute limite, ou, comme dit Sully, à des séries droites de points en proximité. Et c'est là l'origine de la notion de ligne droite. Cette façon détournée d'introduire la ligne droite oblige le philosophe à démontrer par un théorème spécial que l'on obtiendra la même ligne droite, quelle que soit la manière dont l'équidistance de la série tend vers zéro ; c'est-à-dire que le résultat sera le même, que l'on passe de l'équidistance d à l'équidistance $\frac{d}{2}$, puis $\frac{d}{2^2}$, puis $\frac{d}{2^3}$, etc., ou bien que l'on passe de l'équidistance d aux équidistances $\frac{d}{3}$, $\frac{d}{3^2}$, $\frac{d}{3^3}$, etc.

On voit aisément comment on peut définir et comparer les angles de deux couples de séries droites, ou de deux couples de lignes droites. L'angle est pour un couple de droites ce que la distance est pour un couple de points.

Deux droites parallèles sont définies comme deux droites dont l'orientation est la même. La démonstration des propriétés essentielles des parallèles se fait aisément, puisque le postulatum d'Euclide a été tacitement introduit la première fois qu'on a parlé d'orientation.

Si l'on considère deux couples de droites parallèles, il pourra se faire que ces couples aient ou n'aient pas même distance ; mais cette distance ne suffit pas pour les caractériser ; il faut pour cela un élément de plus : c'est leur orientation. On définira alors les séries de droites parallèles équidistantes, comme on a défini les séries de points équidistants. Parmi ces séries, on distinguera celles dont l'orientation est constante et qu'on appellera séries planes. On verra que, dans une série plane d'équidistance d, on peut intercaler une série plane d'équidistance d/n ; on sera ainsi conduit à des séries planes de droites parallèles équidistantes en proximité, et c'est ainsi qu'on arrivera à la définition du plan, de la même façon qu'on est arrivé à celle la ligne droite.

V. — Appréciation des théories précédentes.

Les objections que l'on peut faire aux vues philosophiques qui ont inspiré cet essai de Géométrie sont trop évidentes pour qu'il y ait lieu d'insister. Elles se présentent immédiatement à nous, parce que nous connaissons l'histoire de la Science, parce que nous savons que d'autres se sont engagés dans des voies analogues et comment ils y ont été arrêtés ; nous comparons du premier coup la construction élevée par Sully Prudhomme à d'autres constructions du même genre et nous voyons tout de suite ainsi en quoi elles diffèrent et ce qui manque à l'une et à l'autre. Pour Sully Prudhomme, qui n'avait lu ni Bolyai, ni Lobatchewsky, ni Gauss, ni Lie, et qui venait avant Hilbert, ces objections ne se présentaient que successivement et à de longs intervalles. De là ces remaniements incessants, ces corrections qui ne parvenaient pas à le satisfaire, ces doutes sans cesse renaissants qui l'ont empêché de publier son œuvre.

Ses papiers contiennent une enveloppe blanche où se trouve sa correspondance avec divers savants (entre autres M. Lippmann) qu'il avait consultés au sujet de son travail. Cette correspondance est de nature à nous éclairer sur la marche de sa pensée. J'y trouve deux projets de lettres qu'il voulait adresser à l'un de ses correspondants, sans doute M. Lippmann. L'un de ces brouillons est daté du 31 mai 1884, l'autre du 2 juin de la même année ; le premier, au moins, n'a pas dû être envoyé au destinataire. C'est une réponse à une des premières objections qu'on devait lui faire et que j'ai signalée plus haut. Au début de ses raisonnements se trouve la définition de la distance, qui est définie comme la longueur du plus court chemin entre deux points, ce qui oblige à mesurer la longueur d'une ligne courbe. A vrai dire, il n'avait besoin que de définir l'égalité de deux distances, et il aurait pu le faire en disant que les distances AB et A′B′ sont égales lorsque l'on peut déplacer la figure dont fait partie AB de façon que A vienne en A′ et B en B′. Mais il ne s'en est pas avisé, je ne sais pour quelle raison.

Citons cependant quelques passages de ce projet de lettre :

« Je jouis de mon reste; c'est demain que je vais m'atteler à la versification pour travailler à un poème de longue haleine que j'ai commencé l'année dernière ici même... Quand je parle de relation entre deux points au début même de la Géométrie, j'entends dire seulement que la continuité même de l'espace où je les considère les met en rapport, en ce sens qu'on peut les concevoir comme appartenant à une même donnée géométrique quelconque. On conçoit, par exemple, que, parmi toutes les longueurs qui les peuvent joindre, il y en ait une minima, que j'appelle leur distance, et cette distance est une relation entre eux. Vous m'objecterez peut-être que les longueurs, indépendamment de la figure des lignes, ne sont pas comparables, que, ne pouvant dès lors les mesurer, je n'ai pas le droit d'en supposer une minima entre deux points. Je répondrai que je n'ai pas besoin de déterminer *numériquement* la différence de deux longueurs pour pouvoir affirmer qu'il peut y en avoir une plus grande que l'autre.

« La mesure exprime numériquement la différence, mais cette expression numérique ne m'est pas nécessaire au début de mes recherches. Par exemple, soit un point O origine des deux longueurs; on conçoit, partant du point O, un point mobile p engendrant la première, et, partant aussi du point O, un point mobile p' engendrant la deuxième. Le point p peut prendre autour du point de départ une infinité de positions; supposons qu'il prenne la position A; le point p' peut prendre autour de ce même point de départ une infinité de positions; supposons qu'il prenne la position A' différente de la position A. Rien n'empêche d'admettre que les deux points ont engendré la même longueur en prenant des positions différentes à proximité du point de départ. De même, on peut admettre qu'ils ont ensuite engendré la même longueur en prenant des positions quelconques, l'un à partir de la positions A, l'autre à partir de la position A'. On peut les concevoir, enfin, engendrant des longueurs égales et de figures différentes, et l'on pourra affirmer que, si le premier continue à progresser de A en B, en C, en D jusqu'en M, tandis que le second s'arrête à la position D', la longueur engendrée par celui-là sera plus grande que la longueur engendrée par celui-ci, bien que la trajectoire OA'B'C'D' ne soit pas superposable à la trajectoire OABCD et qu'on ne puisse déterminer de *combien* la longueur OABCDM dépasse l'autre. On peut donc concevoir des longueurs égales ou différentes et, par conséquent, parler de longueur minima, avant même d'avoir institué des figures superposables... »

Il est clair que l'objection n'est pas écartée. Comment, en effet, savoir que les deux longueurs infiniment petites OA et OA', ou encore AB et A'B' sont égales entre elles? Cela nous donne seulement le moyen de ramener la comparaison de deux distances finies à celle de deux distances infiniment petites, regardées, sans doute, comme directement accessibles à l'intuition. Il eût été étonnant que Sully Prudhomme s'arrêtât définitivement à une semblable conception, qui définit le fini par l'infiniment petit; nous avons vu, en effet, quelle peine il se donne pour ramener la notion de la ligne droite, c'est-à-dire, dans son langage, la notion d'une série droite dont les points consécutifs sont infiniment rapprochés, à celle d'une série droite dont les points consécutifs sont à distance finie, pour ramener en un mot l'infiniment petit au fini. Cette difficulté a contribué, sans doute, à lui donner les scrupules qui ont arrêté ses projets de publication.

On remarquera également que la notion du déplacement des figures ne joue pas, dans cette philosophie de la Géométrie, le rôle prépondérant que, depuis Lie, nous sommes accoutumés à lui attribuer. J'en crois apercevoir la raison dans certaine défiance qu'avait laissée dans l'esprit de Sully Prudhomme les arguments de Zénon d'Elée; sans doute, il n'accepte pas ces arguments, mais il cherche à les tourner, et, le plus souvent, il n'introduit le mouvement que par un détour. On doit d'autant plus s'étonner que, dans la définition de la distance, c'est-à-dire tout au début de sa théorie, il fasse tout reposer sur la considération d'un point mobile, comme le montre la lettre que nous venons de citer.

Il est fâcheux que ses correspondants ne lui aient pas signalé les lectures à faire; ils lui auraient épargné bien des tâtonnements, bien des difficultés dont il n'a pu sortir; faute de ces lectures, il ne pouvait évidemment faire avancer la science, puisqu'il lui fallait d'abord refaire tout le chemin parcouru par ses devanciers. Quoi qu'il en soit, la peine que s'est donnée Sully Prudhomme pour élucider ces questions est pour nous un enseignement; elle nous montre ce qu'était ce grand esprit, quelle était son impatience de ne pas comprendre, son inapaisable inquiétude, la sincérité de son désir de savoir; l'âme d'un homme éminent est par elle-même un sujet d'étude digne d'intérêt.

Henri Poincaré,
de l'Académie des Sciences
et de l'Académie française.

LES ALLIAGES INDUSTRIELS DE CHROME

Les alliages de chrome définis ont été assez peu étudiés jusqu'ici au point de vue théorique. Mais, comme le chrome pur n'est point encore d'un usage courant et que, par contre, il forme avec quelques éléments des alliages d'un grand intérêt industriel, il semble utile de connaître les résultats qu'il peut donner avec les métaux les plus employés dans l'industrie.

Grâce aux travaux de quelques savants et métallurgistes, on connaît déjà un certain nombre d'alliages de chrome, en particulier ceux que ce métal forme avec l'aluminium, le cuivre, le manganèse, le nickel, etc. En s'alliant à ces métaux, le chrome leur communique des propriétés particulières et les rend propres à des usages spéciaux.

Ce sont ces composés qui feront l'objet du présent travail.