çant dans les équations (2) le facteur $\frac{1}{2\pi}$ par $\frac{\lambda}{2\pi}$; il développe U et V suivant les puissances de λ et montre que la convergence a encore lieu pour $\lambda = 1$. Il y parvient en examinant certaines intégrales formées avec les coefficients U_i et V_i de λ^i dans les développements considérés. Nous sommes donc là dans un ordre d'idées analogue à celui qui a été mis en œuvre par MM. Schwarz, Neumann et Poincaré dans des travaux bien connus. Des difficultés qui, dans ce genre de questions, se présentent pour le cas de trois dimensions, ne se rencontrent pas ici, à cause de la possibilité de faire des représentations conformes. Les démonstrations sont développées avec beaucoup de soin, et la convergence uniforme est établie pour les séries formées avec les fonctions U_i et V_i et leurs dérivées premières, non seulement pour l'intérieur, mais aussi pour les points du contour, ce qui conduit à la solution du problème qui est unique, comme on le voit aisément.

L'auteur ne fait qu'une courte remarque concernant le cas où le contour aurait des pointes, comme il arrive dans un rectangle. L'analyse précédente s'applique dans ses grandes lignes; il arrive seulement que les dérivées premières de U et V et, par suite, les dérivées secondes de z deviennent infiniment grandes en s'approchant des pointes, sans que toutefois les intégrales envisagées cessent d'avoir un sens.

Nous trouvons encore dans ce Mémoire quelques problèmes intéressants susceptibles d'être traités par les mêmes méthodes. Tel est le problème classique du mouvement stationnaire d'un liquide doué de frottement dans le cas de deux dimensions; la solution de ce problème est donnée d'une manière complète et générale. Le travail se termine par un aperçu sur les analogues des problèmes précédents dans l'espace à trois dimensions.

Ce Mémoire remarquable se signale, comme le précédent, par l'élégance et la simplicité de son analyse, quoique dans un ordre d'idées tout différent. Il satisfait entièrement au programme qui avait été proposé.

Rapport sur le Mémoire de M. Boggio *et le Mémoire n° 7 portant pour épigraphe « Barré de Saint-Venant », par* M. **Henri Poincaré.**

Le Mémoire n° 6 a pour auteur M. Boggio. Il contient un grand nombre de résultats partiels des plus importants; M. Boggio aborde successivement le problème par toutes ses faces et, avant d'en donner la solution générale, il cherche à tirer le meilleur parti possible d'un grand nombre de méthodes différentes. Nous devons remarquer que la plupart de ces méthodes ont été déjà proposées, mais l'auteur, après avoir rappelé les travaux de ses devanciers, introduit dans chacune de ces méthodes une foule de perfectionnements destinés à en augmenter la rigueur ou la portée.

Il est préoccupé en même temps de donner à ses résultats une généralité aussi grande que possible, et c'est ainsi qu'au lieu d'envisager seulement l'équation du problème $\Delta^4 u = 0$, il s'attaque tout de suite à l'équation plus générale $\Delta^{2m} u = 0$. Il généralise d'abord certaines formules de Green et la notion de fonction de Green, qui, ici, a une signification physique très simple. Après avoir rappelé certains théorèmes déjà connus qui permettent de représenter une fonction quelconque polyharmonique (c'est-à-dire satisfaisant à $\Delta^{2m} u = 0$) par une combinaison de polynomes simples et de fonctions harmoniques [c'est-à-dire satisfaisant à $\Delta^2(u) = 0$], il détermine la fonction de Green pour une aire circulaire et donne par là la solution complète du problème pour une plaque circulaire. Cette solution, à la vérité, avait déjà été donnée, tant pour une plaque circulaire que pour une plaque annulaire; mais M. Boggio la simplifié considérablement, surtout en ce qui concerne les plaques annulaires. Vient ensuite la solution du problème pour une plaque elliptique par une série très convergente où figurent des fonctions hyperboliques des coordonnées elliptiques.

L'auteur aborde également le cas où le contour de la plaque peut être conformément représenté sur un cercle par le moyen de fonctions rationnelles; la solution, quoique assez compliquée, est complète; ajoutons qu'une partie de ces résultats avaient déjà été obtenus par M. Almansi. Il tente encore deux autres méthodes, dont l'une est la méthode des approximations successives de M. Picard, tandis que l'autre le conduit à une infinité d'équations linéaires à une infinité d'inconnues. Il reconnaît que ces méthodes peuvent le conduire au but pourvu que certaines inégalités soient satisfaites; il montre qu'elles le sont quelquefois, mais pas toujours.

L'Académie avait spécialement appelé l'attention des concurrents sur le cas de la plaque rectangulaire. M. Boggio a remarqué que ce problème peut se ramener à un autre problème d'élasticité autrefois résolu par Mathieu; il rappelle la solution de Mathieu et montre comment on peut en déduire celle qu'on cherche. On peut remarquer que celle-ci est plus simple et qu'il semblerait plus naturel de suivre une marche inverse, en remontant du problème proposé à celui de Mathieu.

Nous mentionnerons particulièrement le dernier Chapitre où l'auteur applique la méthode de Fredholm qui le conduit à la solution complète du problème. Il donne même deux solutions différentes; nous ferons observer que dans l'une d'elles figure la fonction *ordinaire* de Green et dans l'autre ce qu'il appelle la *fonction de Dini,* c'est-à-dire une fonction analogue à celle de Green, mais telle que ce n'est pas la fonction elle-même, mais sa dérivée normale, qui s'annule sur le contour. Les deux solutions supposent donc la résolution préalable du problème de Dirichlet ou d'un problème analogue.

Le Mémoire n° 7 porte pour épigraphe : *Barré de Saint-Venant.* Le problème y est abordé par deux méthodes distinctes. La première est analogue à celle qui a été appliquée autrefois au problème de Dirichlet par M. Zaremba. Substituons à l'équation $\Delta^4 \varphi = 0$ l'équation plus générale

$$\Delta^4 \varphi + 2\xi \Delta^2 \varphi + \xi_1 \varphi = 0,$$

le problème peut facilement être résolu quand on a $\xi_1 = \xi^2$ et que ξ est négatif; l'équation

$$\Delta^4 \varphi + 2\xi_0 \Delta^2 \varphi + \xi_0^2 \varphi = 0$$

étant ainsi résolue, on passe à l'équation plus générale

$$\Delta^4 \varphi + 2\xi_0 \Delta^2 \varphi + \xi_0^2 \varphi + \eta(\Delta \varphi + \xi_0 \varphi) = 0,$$

et l'on voit que la solution peut en être développée suivant les puissances de η en une série qui converge pourvu que $|\eta| \leqq |\xi_0|$; cela donne la solution de

$$\Delta^4 \varphi + \xi_0 \Delta^2 \varphi = 0.$$

On voit alors que la solution de

$$\Delta^4 \varphi + (\xi_0 + \zeta) \Delta^2 \varphi = 0$$

est développable suivant les puissances de ζ et que le développement converge pourvu que $\zeta \leqq \xi_0$, ce qui donne enfin la solution de $\Delta^4 \varphi = 0$.

La seconde méthode est fondée sur l'emploi de l'équation de Fredholm. Dans la solution figure la fonction ordinaire de Green (de même que dans la solution analogue de M. Boggio). Cela n'est qu'un léger désavantage, mais la solution présente une autre imperfection, puisqu'elle exige un processus assez indirect de passage à la limite; on détermine par l'équation de Fredholm une certaine fonction ϖ dépendant d'un paramètre arbitraire λ, on en déduit par une intégrale définie une autre fonction φ et la fonction cherchée V est la limite du produit $\lambda \varphi$ pour $\lambda = \infty$.

Les deux méthodes se complètent mutuellement; la première, impropre au calcul, a surtout pour objet de démontrer l'existence de la solution; la seconde prêterait à des objections si cette existence n'était regardée comme préalablement établie.

Le cas du rectangle n'est pas spécialement traité.

Dans un concours ordinaire, où l'on n'aurait pas à juger un si grand nombre d'excellents travaux, ce dernier Mémoire aurait pu être couronné. C'est à regret que la Commission ne lui donne qu'une Mention extrêmement honorable.

Les conclusions de ces Rapports sont adoptées par l'Académie.

MÉCANIQUE.

PRIX MONTYON.

(Commissaires : MM. Boussinesq, Deprez, Léauté, Sebert, Vieille, Schlœsing, Haton de la Goupillière, Poincaré ; Maurice Levy, rapporteur.)

La Commission attribue le prix à M. **Cuénot**, ingénieur des Ponts et Chaussées, pour ses études expérimentales sur les déformations des voies de chemins de fer et sur les moyens d'y remédier.

Elle accorde une mention exceptionnellement honorable à M. le professeur **Petot**, pour le cours qu'il a professé, à la Faculté des Sciences de Lille, sur la théorie des automobiles.

Elle désire ainsi l'encourager à terminer la publication de ce cours, dont un fascicule seulement a paru.

L'Académie adopte les conclusions de ce Rapport.