

justifiaient ce désir et me faisaient un devoir de rendre ce suprême hommage au vénéré Confrère que j'avais particulièrement connu et aimé.

» En me mettant à l'œuvre, je me suis aperçu que la tâche était plus difficile que je ne l'avais présumé : l'espace habituellement réservé aux Notices dans nos *Comptes rendus* m'a paru trop restreint pour donner une idée suffisante des travaux de notre illustre Confrère. J'ai pensé alors à choisir un Recueil permettant de plus amples développements, s'adressant à un public nombreux, varié et avide de connaître les conquêtes de la Science moderne : l'*Annuaire* que publie le Bureau des Longitudes (dont M. Fizeau était Membre depuis 1878) était naturellement indiqué.

» L'Académie, je n'en doute pas, excusera cette dérogation aux usages, en faveur du désir de répandre dans un cercle plus étendu le souvenir d'un Confrère qui a jeté sur la Science française un si vif éclat. »

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur le développement approché de la fonction perturbatrice.* Note de M. H. POINCARÉ.

« On peut développer la fonction perturbatrice, soit suivant les cosinus des multiples des anomalies moyennes, soit suivant ceux des anomalies excentriques. On obtient ainsi des développements de la forme suivante :

$$\frac{1}{\Delta} = \sum A_{mm'} e^{i(ml+n'l')} = \sum B_{mm'} e^{i(mu+n'u')}.$$

Dans cette formule Δ représente la distance des deux planètes, l et l' les anomalies moyennes, u et u' les anomalies excentriques.

» Posons

$$e^{iu} = x, \quad e^{iu'} = y.$$

» On sait que les coefficients A peuvent être représentés par une intégrale double de la forme

$$A_{mm'} = \iint \frac{Q e^{\Omega} dx dy}{x^{-m} y^{-m'} \sqrt{F}},$$

prise le long des deux circonférences

$$|x| = 1, \quad |y| = 1.$$

» Q et F sont des polynomes en $x, y, \frac{1}{x}$ et $\frac{1}{y}$; et

$$\Omega = \frac{m \sin \varphi}{2} \left(x - \frac{1}{x} \right) + \frac{m' \sin \varphi'}{2} \left(y - \frac{1}{y} \right),$$

en désignant par $\sin \varphi$ et $\sin \varphi'$ les deux excentricités.

» Les coefficients B peuvent être représentés par une intégrale double de même forme, avec cette différence que Q se réduit à une constante et Ω à zéro, de sorte que l'exponentielle e^{Ω} disparaît.

» On peut se proposer de calculer la valeur approchée des coefficients A et B pour de grandes valeurs de m et de m' . Soit, par exemple,

$$m = an + b, \quad m' = cn + d,$$

où a, b, c, d sont des entiers finis et donnés une fois pour toutes et où n est un entier très grand qu'on fera croître indéfiniment. On sait que le calcul approché des coefficients se ramène à l'étude des points singuliers d'une certaine fonction analytique que je vais mettre sous la forme que lui a donnée M. Féraud :

$$\Phi(z) = \sum A_{mm'} z^n,$$

où n varie de 0 à $+\infty$.

» Cette fonction est égale à l'intégrale double

$$\Phi(z) = \iint \frac{Q e^{\Omega_1} dx dy}{\left(1 - \frac{z e^{\Omega_0}}{x^a y^c} \right) x^{-b} y^{-d} \sqrt{F}};$$

Ω_0 et Ω_1 sont des polynomes de même forme que Ω , mais où les entiers m et m' sont remplacés par a et c pour Ω_0 , par b et d pour Ω_1 .

» On peut former une fonction $\Phi(z)$ analogue relative aux coefficients B et au développement suivant les anomalies excentriques; on trouve encore une intégrale de même forme, mais où Q doit être remplacé par une constante; Ω_0 et Ω_1 par zéro, de sorte que les exponentielles disparaissent.

» L'étude analytique de cette fonction $\Phi(z)$ peut, en conséquence, présenter un certain intérêt; voici les résultats auxquels je suis parvenu :

» Supposons d'abord les excentricités nulles; ou bien encore supposons qu'il s'agisse du développement suivant les anomalies excentriques. Dans ces deux cas l'intégrale qui représente $\Phi(z)$ ne contient pas d'exponentielle.

» On trouve alors que $\Phi(z)$ satisfait à une équation différentielle linéaire

à second membre

$$\Delta \Phi(z) = P.$$

» Les coefficients du premier membre et le second membre P sont des polynomes entiers en z .

» Dans le cas général, où les exponentielles ne disparaissent pas, la fonction $\Phi(z)$ satisfait encore à une équation de même forme, mais les coefficients du premier membre et P ne sont plus des polynomes entiers en z ; ce sont des fonctions uniformes, mais transcendentes de z , n'ayant pour points singuliers que

$$z = 0, \quad z = \infty.$$

» Revenons au cas où les excentricités sont nulles, ou bien à celui du développement suivant les anomalies excentriques, c'est-à-dire au cas où les exponentielles disparaissent; supposons les entiers a et c premiers entre eux et soient α et γ deux entiers tels que

$$ac - a\gamma = 1.$$

» Posons

$$z = \frac{1}{t}, \quad x^a y^c = \xi^{-1}, \quad x^\alpha y^\gamma = \eta^{-1};$$

l'expression de $\Phi(z)$ deviendra

$$\Phi = \int \int \frac{Q_1 d\xi d\eta}{(\xi - t)\sqrt{F_1}}.$$

» L'intégrale doit être prise le long des deux circonférences

$$|\xi| = 1, \quad |\eta| = 1,$$

et il s'agit d'étudier le développement de Φ suivant les puissances négatives de t .

» Les lettres Q_1 et F_1 désignent deux polynomes entiers en ξ et η . L'équation

$$F_1(\xi, \eta) = 0,$$

considérée comme équation en η , admettra un certain nombre de racines

$$\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m.$$

Ces racines se répartiront en deux catégories: la première catégorie comprendra celles qui, quand on fait varier ξ d'une manière continue, de façon

que la valeur finale de ξ ait pour module 1, ont leur valeur finale de module plus petit que 1.

» Les points singuliers seront les valeurs de ξ pour lesquelles l'équation $F_1 = 0$ a deux racines égales.

» Le point singulier est admissible si son module est plus petit que 1 et si les deux racines de l'équation $F_1 = 0$ qui deviennent égales appartiennent à deux catégories différentes.

» Soit a celui des points singuliers admissibles dont le module est le plus grand.

» Alors le développement de Φ suivant les puissances négatives de t sera convergent à l'extérieur d'une circonférence de rayon $|a|$. En d'autres termes, la valeur approchée de A_{mn} sera du même ordre de grandeur que a^n .

» La discussion se trouve ainsi simplifiée.

» Des procédés analogues sont applicables au cas général où les exponentielles ne disparaissent pas. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les observatoires météorologiques de l'océan Atlantique.* Note de **S. A. S. ALBERT 1^{er}**, Prince de Monaco.

« En 1892 (1) je communiquais à l'Académie mon intention de provoquer l'établissement d'observatoires météorologiques sur divers points de l'océan Atlantique, pour faciliter la prévision des phénomènes qui intéressent l'Europe et pour augmenter le domaine scientifique.

» Voici les premiers résultats de mes efforts :

» Un savant portugais, le capitaine Chaves, chargé depuis trois années, par son gouvernement, de poursuivre la réalisation de mon plan en ce qui concerne les Açores, a déjà créé deux centres d'observations dans l'archipel : un dans l'est, sur l'île San Miguel, et un autre sur l'île Florès, dans l'ouest, à cent lieues plus loin.

» Celui de San Miguel, relié depuis 1893 avec l'Europe par un câble télégraphique, est en communication régulière avec certains observatoires du continent, et le nombre de ses instruments croît chaque année.

» Celui de Florès, établi seulement depuis six mois, est placé à quatre cents lieues du continent européen : c'est le poste avancé de la Météoro-

(1) *Comptes rendus*, 18 juillet 1892.