

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 8 JUIN 1897,

PRÉSIDENTE DE M. A. CHATIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur les périodes des intégrales doubles et le développement de la fonction perturbatrice.* Note de M. H. POINCARÉ.

« On sait que le développement de l'expression

$$(1) \quad \frac{1}{(a^2 - 2aa' \cos \varphi - a'^2)^{\frac{\varphi}{2}}}$$

suivant les cosinus des multiples de φ , a été très bien étudié. Les coefficients de ce développement, qui sont connus sous le nom de *coefficients de Laplace*, jouissent de propriétés curieuses.

» Ce sont des fonctions transcendentes du rapport $\frac{a'}{a}$; mais ces transcen-

dantes sont liées par des relations de récurrence, de telle façon qu'elles s'expriment à l'aide de deux transcendantes distinctes seulement.

» D'autre part, chacune de ces transcendantes satisfait à une équation différentielle linéaire à coefficients rationnels.

» L'expression (1) n'est autre chose (pour $s = 1$) que la fonction perturbatrice dans le cas où les deux excentricités et l'inclinaison sont nulles.

» La théorie des périodes des intégrales doubles montre que le développement de la fonction perturbatrice, dans des cas plus généraux, peut encore jouir de propriétés analogues.

» Supposons d'abord les deux excentricités nulles, mais l'inclinaison différente de zéro.

» On verrait que les coefficients de développement sont des fonctions transcendantes des éléments, mais ces fonctions sont liées entre elles par des fonctions de récurrence, de telle façon qu'il n'y a que cinq transcendantes distinctes.

» Si les excentricités ne sont pas nulles, il y a plus de difficulté. Mais supposons que, au lieu de développer suivant les sinus et cosinus des multiples des anomalies moyennes, on développe suivant les sinus et cosinus des multiples des anomalies excentriques. (Dans le cas précédent, les excentricités étant nulles, l'anomalie excentrique se confondait avec l'anomalie moyenne.) Les coefficients de ce développement sont encore des fonctions transcendantes des éléments, mais entre lesquelles il y a des relations de récurrence, de telle façon qu'il n'y ait au plus que seize transcendantes distinctes.

» D'autre part, ces coefficients satisfont à des équations différentielles linéaires à coefficients rationnels, de telle façon que leurs dérivées partielles des divers ordres puissent s'exprimer à l'aide d'un nombre fini d'entre elles.

» Revenons au développement procédant suivant les multiples des anomalies moyennes. Il n'y aura plus entre les coefficients de relations de récurrence à coefficients rationnels, ou du moins je n'en ai pas trouvé. Mais les coefficients du développement, considérés comme fonctions des éléments, satisfont encore à des équations différentielles linéaires, de telle façon que les dérivées partielles des divers ordres de l'un de ces coefficients puissent s'exprimer à l'aide d'un nombre fini d'entre elles. »