BULLETIN SCIENTIFIQUE

—

PHYSIQUE

H. Poincaré. Contribution a la théorie des expériences de M. Hertz. (*Comptes rendus de l'Acad. des sc.*, nº 7, 18 août 1890, extrait)[1].

1. Dans les calculs qui accompagnent les admirables expériences de M. Hertz, il s'est glissé une erreur importante qui n'a pas, à ce que je crois, été encore signalée. Pour calculer la période de l'excitateur primaire, M. Hertz applique une formule de Sir W. Thomson relative aux décharges oscillantes d'une bouteille de Leyde. D'après cette formule la période est égale à $2\pi\sqrt{LC}$, C étant la capacité du conducteur et L la self-induction du fil qui réunit les deux armatures. Dans les expériences de M. Hertz, le condensateur est remplacé par deux sphères de 15 cm. de rayon, séparées par une distance de 1.50 m. Soient q la charge d'une des sphères, V son potentiel; soient $-q$ et $-V$ la charge et le potentiel de l'autre sphère; on aura en mesure électrostatique $q=V.15\,\text{cm}$. La charge d'une des armatures est q; la différence de poten-

[1] Nous espérons pouvoir donner à nos lecteurs, dans un prochain numéro des *Archives*, une reproduction plus étendue des résultats communiqués dans les *Compte srendus* par M. Poincaré, et dans laquelle certains développements seront ajoutés par l'auteur. *(Réd.)*

tiel est $2V$; on aura donc $C = q/2V = 7{,}5$ cm. au lieu de 15 cm., car la capacité est, par définition, le rapport de la charge d'une des armatures à la différence de potentiel des deux armatures. La période calculée par M. Hertz se trouve ainsi égale à la véritable multipliée par $\sqrt{2}$.

Les expériences ayant donné dans l'air une demi-longueur d'onde de 480 cm., il en résulterait, si le calcul de la période était correct d'autre part, que la vitesse de propagation dans l'air serait celle de la lumière multipliée par $\sqrt{2}$. C'est là une conclusion à laquelle on ne se résignerait déjà plus aisément. Heureusement elle ne s'impose pas. En premier lieu le calcul de la période n'est que grossièrement approximatif et M. Hertz est obligé d'y négliger diverses circonstances dont le rôle est peut-être important. Ainsi, il ne tient pas compte des courants de déplacement qui peuvent exister autour de l'excitateur et exercer une influence. Le calcul de la période, effectué rigoureusement en partant des hypothèses de Maxwell, nous donnerait-il la longueur d'onde observée? Il est vraisemblable qu'on sera conduit à modifier la théorie de Maxwell, non pas dans ses traits essentiels, mais dans quelques-unes des hypothèses secondaires, par exemple dans ce qui touche les conditions aux limites. Ainsi cette théorie, sous sa forme actuelle, exige que, dans le cas d'oscillations très rapides, les lignes de force électrique soient normales à la surface des conducteurs. Cette condition paraissait déjà à M. Hertz mal confirmée par ses expériences; ce que je viens de dire nous donne une nouvelle raison de l'abandonner. De nouvelles expériences pourront seules trancher la question. Je ne doute pas que l'admirable méthode expérimentale créée par M. Hertz ne nous en fournisse les moyens. Si le but que l'on croyait atteint est peut-être encore loin de nous, M. Hertz n'en a pas moins eu le rare bonheur, qui n'a été donné qu'à quelques hommes de génie, d'ouvrir aux investigations des chercheurs un champ entièrement nouveau.

2. J'ai cherché, en partant des hypothèses admises, à calculer rigoureusement la période d'un excitateur de forme donnée. Je n'y ai pas complètement réussi; mais les résultats

obtenus, si incomplets qu'ils soient, ne me paraissent pas tout à fait indignes d'intérêt. Deux cas sont à distinguer : celui où l'excitateur se trouve placé dans un espace indéfini; celui où il est placé dans une chambre close par des parois conductrices et remplie par un diélectrique. Dans le premier cas, l'énergie se dissipe constamment par radiation et l'amplitude des oscillations va en diminuant, ce qui a lieu dans les expériences ordinaires. C'est malheureusement le second cas seulement que j'ai pu traiter. Peut-être des procédés analogues sont-ils applicables au premier cas qui est plus compliqué.

Un excitateur peut donner naissance à des vibrations de périodes différentes et qu'on peut appeler harmoniques, bien que ces périodes ne soient pas multiples les unes des autres. Soient T_1, T_2, T_3 ... ces périodes rangées par ordre d'acuité croissante. Dans le second cas, la phase est la même en tous les points du diélectrique, ce qui n'arriverait pas dans le premier cas. En désignant par L, M, N, les composantes de la force magnétique, en supposant que la période T_i existe seule, on a (1) $L = L_i \cos n_i t$, et deux autres équations semblables, en faisant $n_i = 2\pi/T_i$.

Considérons trois fonctions X, Y, Z de x, y, z assujetties aux conditions suivantes : 1° Elles sont finies et continues, ainsi que leurs dérivées, en tous les points du diélectrique. 2° Elles doivent satisfaire à l'équation dite solénoïdale $dX/dx + dY/dy + dZ/dz = 0$. 3° A la surface du diélectrique, c'est-à-dire tant à celle de l'excitateur qu'à celle des parois de la chambre, le vecteur X, Y, Z, doit être tangent à cette surface.

Dans ces conditions la valeur du rapport

$$\rho = \frac{\int \left[\left(\frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy}\right)^2 \right] d\tau}{\int (X^2 + Y^2 + Z^2)\, d\tau}$$

dans lequel $d\tau$ est l'élément de volume et les intégrales étendues à tout le volume du diélectrique, ne peut décroître au delà de toute limite. On peut donc choisir les fonctions de telle sorte que ce rapport soit un minimum qui est égal à $4\pi^2 A^2/T_1^2$ en désignant par A l'inverse de la vitesse de la lumière. Il est atteint quand on a $X/L_1 = Y/M_1 = Z/N_1$, et X, Y, Z sont les fonctions définies par les équations (1).

Assujettissons encore les trois fonctions à la condition (2) $\int(XL_1 + YM_1 + ZN_1)\, d\tau = 0$; le rapport ρ admettra encore un minimum plus grand évidemment que le précédent, égal à $4\pi^2 A^2/T_2^2$, atteint quand on aura $X/L_2 = Y/M_2 = Z/N_2$. Si l'on assujettit maintenant X, Y, Z non seulement à la condition (2) mais à une condition analogue par rapport aux L_2, M_2, N_2, on obtiendra un nouveau minimum exprimé en T_3 et ainsi de suite.

On a ainsi les valeurs des périodes $T_1, T_2, T_3, \ldots$ ou tout au moins des inégalités auxquelles doivent satisfaire ces valeurs, et les conséquences mathématiques des hypothèses de Maxwell se prêteraient sans doute à une vérification expérimentale.

Remarque sur la note de M. Poincaré relative a la théorie des expériences de M. Hertz.

La première partie de cette note est relative à la valeur attribuée par M. Hertz à la capacité C de la sphère de l'excitateur. Si l'on assimile l'excitateur à un condensateur, la définition de la capacité est en effet celle que donne M. Poincaré, mais l'oscillation électrique dans un conducteur filiforme qui met en communication un conducteur chargé avec le sol se déduit, comme W. Thomson l'a trouvé, de la même équation que celle du condensateur, et la capacité est bien alors le rayon de la sphère. D'autre part, lorsqu'il faut appliquer ce résultat théorique à l'excitateur, ce qui est possible en admettant que les deux moitiés du système conducteur dont il est formé sont à chaque instant dans un état électrique identique au signe près et que par conséquent le potentiel du point