deux fois l'angle du prisme (c'est-à-dire quand les centres optiques des segments sont à peu près en coïncidence), un quart seulement de la surface entière de l'objectif est employée pour voir chaque étoile et, afin de donner de la symétrie aux images à toutes les distances, il serait probablement nécessaire de placer deux diaphragmes disposés ainsi sur les deux segments de l'objectif.

» Avec un héliomètre muni d'un objectif de 4 pouces d'ouverture ainsi diaphragmé, l'ouverture restant utilisable pour voir chaque étoile correspondrait à celle d'un objectif d'un peu plus de $1\frac{1}{2}$ pouce. Cette disposition permettrait cependant l'observation exacte d'étoiles jusqu'à la 6e grandeur et l'on trouverait de nombreux couples d'astres d'un tel éclat dans des distances comprises entre 88° et 90° (si nous supposons égal à 45° l'angle du prisme et 2° comme le plus grand angle que l'héliomètre ordinaire puisse mesurer). »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions fuchsiennes et les formes quadratiques ternaires indéfinies.* Note de M. **H. Poincaré**, présentée par M. Hermite.

« Une forme quadratique ternaire indéfinie peut toujours s'écrire (en changeant au besoin tous les signes) de la façon suivante

$$F(x, y, z) = Y^2 - XZ,$$

où

$$X = ax + by + cz, \qquad Y = a'x + b'y + c'z, \qquad Z = a''x + b''y + c''z,$$

les a, les b et les c étant des nombres réels quelconques.

» Soient maintenant α, β, γ, δ quatre nombre réels tels que $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$. Posons

$$\begin{aligned} X' &= \alpha^2 X + 2\alpha\gamma Y + \gamma^2 Z, \\ Y' &= \alpha\beta X + (\alpha\delta + \beta\gamma) Y + \gamma\delta Z, \\ Z' &= \beta^2 X + 2\beta\delta Y + \delta^2 Z, \end{aligned}$$

$$X' = ax' + by' + cz', \qquad Y' = a'x' + b'y' + c'z', \qquad Z' = a''x' + b''y' + c''z'.$$

» J'appelle S la substitution qui change x, y, z en x', y', z'. C'est une substitution linéaire et, comme on vérifie aisément l'identité

$$Y'^2 - X'Z' = Y^2 - XZ,$$

on voit que S n'altère pas la forme $F(x, y, z)$.

» Si les coefficients de S sont entiers, on dit que S est une substitution semblable de la forme F; si ces coefficients, sans être entiers, sont rationnels, nous pourrons dire que S est une substitution semblable fractionnaire de F.

» Si les coefficients de F sont entiers, les substitutions semblables forment un groupe discontinu G. A la substitution S faisons correspondre la substitution $\left(z, \frac{\alpha z+\beta}{\gamma z+\delta}\right)$. Au groupe G correspondra ainsi un groupe g qui sera un groupe fuchsien.

» Nous sommes ainsi conduits à nous servir de ce que nous savons des groupes fuchsiens pour l'appliquer à l'étude du groupe G. Si nous envisageons, par exemple, les cycles formés par les sommets du polygone générateur, nous verrons d'abord que la somme des angles d'un cycle ne peut être égale qu'à 2π(s'il n'y en a qu'un), à π, à $\frac{2\pi}{3}$, à $\frac{\pi}{2}$, à $\frac{\pi}{3}$ ou à o.

» Il y aura un cycle où cette somme sera π, si F peut être transformé par une substitution de déterminant 1 ou 2 en une forme telle que

$$a''z^2+ax^2+2b''xy+a'y^2.$$

» Il y en aura un où cette somme sera $\frac{\pi}{2}$ si F peut être transformé par une substitution de déterminant 1 ou 2 en une forme telle que

$$a''z^2+ax^2+ay^2.$$

» Il y en aura un où cette somme sera $\frac{\pi}{3}$ $\left(\text{ou bien } \frac{2\pi}{3}\right)$ si F peut être transformé par une substitution de déterminant 1 (ou bien 3) en une forme telle que

$$a''z^2+2b''(xy-x^2-y^2).$$

» Il y en aura un où cette somme sera o si F peut représenter o, c'est-à-dire si F satisfait aux conditions du § 299 des *Disq. arithm.* Dans ce cas, le groupe fuchsien sera de la deuxième ou de la sixième famille. Dans tous les autres cas, il sera de la première.

» Il est un autre point sur lequel je désirerais attirer l'attention. On peut se demander s'il existe pour une fonction fuchsienne $f(z)$ un théorème analogue à ce qu'est le théorème d'addition pour les fonctions elliptiques, c'est-à-dire si l'on peut trouver une relation algébrique entre $f(z)$ et $f(z.\mathrm{T})$, T désignant une substitution linéaire n'appartenant pas au groupe g de la fonction $f(z)$. Pour cela, il faut et il suffit que les substitutions communes aux deux groupes fuchsiens g et $T^{-1}gT$ forment encore un groupe fuchsien.

» Il ne semble pas qu'il en soit ainsi en général; on sait pourtant que cela a lieu pour la fonction modulaire; car si $f(z)$ désigne cette fonction, et n un entier quelconque, il y a une relation algébrique entre $f(z)$ et $f\left(\frac{z}{n}\right)$.

» La même propriété appartient aux fonctions fuchsiennes $f(z)$ engendrées par un groupe g, lorsque ce groupe g correspond, comme il a été dit plus haut, au groupe G des substitutions semblables d'une forme F.

» Considérons maintenant le groupe des substitutions semblables *fractionnaires* de la forme F; ce groupe ne sera plus discontinu. Soit alors Σ une quelconque de ces substitutions semblables fractionnaires, et soit σ la substitution de la forme $\left(z, \frac{\alpha z + \beta}{\gamma z + \delta}\right)$ qui correspond à Σ de la même manière que g correspond à G. Il y aura une relation algébrique entre $f(z)$ et $f(z.\sigma)$.

» Pour obtenir ce résultat, il faut s'appuyer sur le principe suivant :

» Soit Γ le groupe des substitutions linéaires à coefficients entiers et de déterminant 1.

» Soit Γ' un sous-groupe d'indice fini contenu dans Γ. On peut convenir de ne considérer deux formes comme équivalentes que si l'on peut passer de l'une à l'autre par une substitution de Γ'. On peut faire ensuite, à ce nouveau point de vue, la théorie de la réduction des formes quadratiques, elle ne différera pas de la théorie ordinaire. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur une extension du théorème de Pascal aux surfaces du troisième ordre*. Note de M. **A. Petot**, présentée par M. Darboux.

« M. Cremona a démontré que le point de rencontre de trois plans homologues, appartenant à trois faisceaux duplo-projectifs, engendre une surface du troisième ordre. Nous sommes parvenu à faire correspondre, à un point M qui engendre une surface du troisième ordre S_3, une droite ω qui se déplace sur un complexe du premier ordre; de là résulte, pour la surface S_3 donnée par trois droites non concourantes A, B, C, et sept points D, E, 1, 2, ..., 5, un mode linéaire de description par points.

» Prenons les plans AD, BD, CD pour les faces $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ du