

Une étoile de 11^e grandeur passe 4^s environ *après* la nouvelle et est plus *australe* de 10".

» Le spectre est très remarquable, il appartient certainement au type III de Vogel. J'ai distingué très nettement six bandes obscures, deux dans le rouge et l'orangé, quatre dans le vert et le bleu. Les bandes du rouge et de l'orangé sont beaucoup plus marquées et plus larges que dans le spectre d' α Orion et même que dans celui de β Pégase, qui est un des plus beaux exemples connus du type III.

» Le 23 décembre, j'ai, pour la première fois, soupçonné l'existence de lignes brillantes dans le vert; mais cette observation est un peu incertaine. On sait combien il est difficile de décider si les apparences de lignes ou de bandes brillantes, dans un spectre faible, sont vraiment celles qui caractérisent l'état d'incandescence d'une matière gazeuse, ou s'il faut les attribuer à un effet de contraste causé par le voisinage des bandes obscures. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la transformation des fonctions fuchsiennes et la réduction des intégrales abéliennes.* Note de M. H. POINCARÉ, présentée par M. Hermite.

« Soient x et y deux variables liées par une relation algébrique

$$(1) \quad \varphi(x, y) = 0$$

de genre p ; posons

$$(2) \quad x = f(x', y'), \quad y = f_1(x', y'),$$

f et f_1 étant rationnels. On en déduira entre x' et y' une relation algébrique

$$(3) \quad \psi(x', y') = 0,$$

qui sera, en général, de genre $q > p$. On voit ainsi comment, par une opération algébrique, une courbe de genre q peut se réduire au genre p . En même temps, les fonctions abéliennes de rang q , engendrées par la courbe (3), peuvent se réduire à des fonctions de rang p .

» La réduction des fonctions abéliennes a été l'objet de travaux fort nombreux, parmi lesquels les plus approfondis sont ceux de MM. Weierstrass et Picard. J'ai donné moi-même, à ce sujet, un théorème, d'après lequel, quand il y a réduction, on peut, par une transformation d'ordre k ,

changer la fonction θ à réduire en un produit de fonctions θ , d'un moindre nombre de variables. L'entier k est alors le nombre caractéristique de la réduction.

» Ce théorème fournit une classification très simple des cas de réduction, qui peut être utile pour divers objets, mais qui offre l'inconvénient grave de ne pas distinguer des autres les cas où la réduction des fonctions abéliennes est accompagnée de la réduction du genre d'une courbe algébrique.

» On sait, en effet, que tous les systèmes de fonctions abéliennes ne sont pas engendrés par une courbe algébrique; et, quand on appliquera la réduction à des fonctions engendrées de cette façon, il n'arrivera pas toujours que les fonctions réduites soient susceptibles du même mode de génération. Nous avons démontré, au contraire, M. Picard et moi, qu'un système *quelconque* de fonctions abéliennes peut être déduit par réduction d'un système analogue, engendré par une courbe algébrique.

» On peut éviter cet inconvénient, en prenant pour point de départ d'une classification des cas de réduction la théorie de la transformation des fonctions fuchsienues. On peut se proposer, étant donné un groupe fuchsien, de trouver les sous-groupes fuchiens qui y sont contenus, et cette étude présente avec la transformation des fonctions elliptiques une analogie sur laquelle il est inutile d'insister.

» Avant d'aller plus loin, revenons aux équations (1) et (2) et observons que x' et y' seront, en général, des fonctions non uniformes de x et de y ; mais que ces fonctions peuvent cependant être inramifiées (*unverzweigt*), c'est-à-dire que, quand x et y décrivent des contours fermés *infinitement petits*, x' et y' reviennent à la même valeur.

» Comme premier résultat, on peut montrer que, si x' et y' sont des fonctions inramifiées, et si $p = 1$, on devra avoir aussi $q = 1$, de telle sorte que la réduction au genre 1 par des fonctions inramifiées est impossible. Si $p = q = 1$, le problème de la réduction se ramène simplement à celui de la transformation des fonctions elliptiques.

» Je me bornerai, pour le moment, à citer quelques exemples. Je numérotai les côtés du polygone générateur de mon groupe fuchsien, en suivant son périmètre dans le sens positif, et j'exprimerai la loi de conjugaison des côtés par la notation suivante : $(a, b; c, d; \dots)$, ce qui voudra dire que le côté numéroté a est conjugué du côté b , le côté c du côté d , etc. L'angle des deux côtés a et b sera désigné par la notation $\overline{a.b}$; substitution qui change le côté a dans le côté conjugué b , par la notation $S(a, b)$; le poly-

gone fondamental s'appellera P, et son transformé par la substitution $S(a, b)$ s'appellera $PS(a, b)$. J'appellerai q, p et k , le genre avant réduction, le genre après réduction et le nombre caractéristique de la réduction.

» Le polygone Q générateur du sous-groupe envisagé se composera du polygone P et d'un certain nombre de ses transformés; le côté numéroté 1 sera le même dans P et dans Q.

» *Exemple I.* — P est un hexagone avec la loi de conjugaison

$$(1, 3; 2, 4; 5, 6).$$

» $\overline{5.6} = \pi$, la somme des autres angles est égale à π . Nous prendrons

$$Q = P + PS(5, 6);$$

Q sera un octogone avec la loi $(1, 3; 2, 4; 5, 7; 6, 8)$.

$$p = 1, \quad q = 2, \quad k = 2$$

(réduction du genre 2 au genre 1 avec entier caractéristique 2).

» *Exemple II.* — P est un hexagone avec la même loi de conjugaison que plus haut.

» $\overline{5.6} = \frac{2\pi}{3}$, la somme des autres angles est $\frac{2\pi}{3}$. Nous prendrons

$$Q = P + PS(5, 6) + PS^2(5, 6);$$

Q sera un dodécagone avec la loi $(1, 3; 2, 4; 5, 7; 6, 8; 9, 11; 10, 12)$.

$$p = 1, \quad q = 3, \quad k = 3.$$

» *Exemple III.* — P est encore un hexagone, et sa loi est toujours la même. On a encore

$$Q = P + PS(5, 6) + PS^2(5, 6).$$

» L'angle $\overline{5.6}$ est toujours $\frac{2\pi}{3}$, mais la somme des autres angles est 2π . La loi du dodécagone est changée et devient

$$(1, 3; 2, 8; 4, 6; 5, 11; 7, 9; 10, 12).$$

$$p = 1, \quad q = 2, \quad k = 3.$$

» *Exemple IV.* — P est un hexagone dont les côtés opposés sont conju-

gués. La somme des angles de rang pair, de même que celle des angles de rang impair, est égale à π . Nous prendrons

$$Q = P + P S(1, 4) + P S^2(1, 4);$$

Q aura 14 côtés et nous prendrons, pour loi de conjugaison,

$$(1, 8; 7, 14; 5, 12; 3, 10; 6, 9; 4, 11; 2, 13).$$

» On a encore

$$p = 1, \quad q = 2, \quad k = 3.$$

» *Exemple V.* — P est un octogone dont les côtés opposés sont conjugués. On prendra

$$Q = P + P S(1, 5).$$

Q aura 14 côtés; je prendrai les côtés opposés conjugués.

» Dans ce cas, on aura

$$p = 2, \quad q = 5, \quad k = 2,$$

et x', y' seront des fonctions inramifiées de x et y . »

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Essai d'application du calcul à l'étude des sensations colorées.* Note de M. R. FERET, présentée par M. Cornu.

« I. *Définitions.* — J'appelle *blanc* la sensation que l'on perçoit quand on regarde un papier enduit de sulfate de baryte et éclairé par une lumière d'intensité bien définie (Rosenstiehl), et je ne m'occupe, pour commencer, que des sensations colorées ou *couleurs* que l'on perçoit quand on voit les différents corps de la nature dans les mêmes circonstances.

» Je donne donc au mot *couleur* un sens purement physiologique.

» Je dis que deux couleurs sont *de même nuance*, quand on peut engendrer une même couleur, d'ailleurs quelconque, en combinant séparément, par la méthode des disques tournants, des angles convenables de chacune d'elles, de noir et de blanc, abstraction faite de toute idée de lumière ou de réfrangibilité.

» Deux couleurs sont *de nuances complémentaires* quand, en les combinant par rotation, on peut reproduire la sensation d'un gris ou du blanc.

» Si plusieurs couleurs combinées par rotation à angles convenables peuvent donner pour résultante le blanc pur, je dis que chacune d'elles