chée, je fais $n = 17$. La formule approchée donne

c_{17}	0,0000 0000 0000 2163
Vraie valeur, c_{17}	0,0000 0000 0000 1814
Différence...	0,0000 0000 0000 0349

» Je me propose de poursuivre ces recherches sur la fonction $G(s)$, et de calculer les valeurs numériques des premiers coefficients c_n. Je remarque en terminant que la fonction méromorphe $F(s)$ a, comme la fonction $P(x)$ de M. Prym, la propriété remarquable que l'équation $F(s) = 0$ possède une infinité de racines réelles, qui tendent de plus en plus à se confondre avec les pôles, et qu'à l'intérieur d'un cercle de rayon quelconque ayant son centre à l'origine, le nombre des racines est égal au nombre des pôles contenus dans ce cercle diminué d'une unité. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équilibre d'une masse fluide animée d'un mouvement de rotation.* Note de M. **H. Poincaré**, présentée par M. Hermite.

« Dans une Communication faite à l'Académie le 20 avril 1885, j'ai montré qu'une masse fluide homogène, soumise à l'attraction newtonienne et animée d'un mouvement de rotation, était susceptible d'une infinité de figures d'équilibre, outre celles qui sont déjà connues. J'en ai défini un certain nombre qui, sans être ellipsoïdales, diffèrent infiniment peu d'un ellipsoïde de révolution. J'ai montré que ces figures nouvelles étaient instables.

» J'ai reconnu depuis qu'il existe également des ellipsoïdes de Jacobi appartenant en même temps à une série linéaire de figures d'équilibre *non ellipsoïdales.*

» Soient ρ, $\sqrt{\rho^2 - b^2}$, $\sqrt{\rho^2 - c^2}$ les trois axes de l'ellipsoïde; soit R une fonction de Lamé quelconque de ρ; soit

$$S = (2n+1)R \int_\rho^\infty \frac{d\rho}{R^2\sqrt{(\rho^2 - b^2)(\rho^2 - c^2)}}$$

la fonction S conjuguée de R d'après la notation de Liouville. Nous distinguerons les fonctions

$$R_1 = \sqrt{\rho^2 - c^2}, \quad R_2 = \rho\sqrt{\rho^2 - b^2},$$

ainsi que les fonctions $R_3, R_4, \ldots, R_n, \ldots$ définies comme il suit : la fonction R_n sera une fonction de Lamé d'ordre n ne contenant en facteur ni $\sqrt{\rho^2 - c^2}$, ni $\sqrt{\rho^2 - b^2}$ et ne s'annulant que pour des valeurs de ρ^2 comprises entre zéro et b^2. Pour toute valeur n, il y en a toujours une et une seule; $S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n$ seront alors les fonctions conjuguées de $R_1, R_2, \ldots, R_n$. Cela posé, tout ellipsoïde de Jacobi satisfera à la condition

$$\frac{R_2 S_1}{3} = \frac{R_2 S_2}{5};$$

s'il satisfait en outre à la condition

$$\text{(1)} \qquad \frac{R^n S_1}{3} = \frac{R_n S_n}{2n+1},$$

il appartiendra à la fois à deux séries linéaires de figures d'équilibre: à savoir, la série des ellipsoïdes de Jacobi, et une série de figures Σ_n non ellipsoïdales. Quel que soit n, il y aura toujours un ellipsoïde de Jacobi satisfaisant à la condition (1). Nous avons donc démontré l'existence d'une infinité de figures d'équilibre nouvelles $\Sigma_3, \Sigma_4, \ldots, \Sigma_n$.

» La figure Σ_n a mêmes plans de symétrie que l'ellipsoïde si n est pair; si n est impair, elle est symétrique par rapport aux plans des xy et des xz, mais non par rapport au plan des yz.

» Les figures Σ_3 sont stables, toutes les autres sont instables.

» Les ellipsoïdes de révolution sont stables, s'ils sont moins aplatis que celui qui est en même temps un ellipsoïde de Jacobi (c'est ce que sir W. Thomson avait déjà démontré en supposant qu'on imposait à la masse fluide *comme liaison* la condition de rester ellipsoïdale; cette condition n'est pas nécessaire). Les ellipsoïdes de Jacobi sont stables s'ils sont moins allongés (suivant le grand axe) que celui qui appartient en même temps à la série des figures Σ_3.

» Pour résumer les résultats obtenus, faisons l'hypothèse suivante :

» Supposons une masse fluide homogène, se contractant par un refroidissement, et imaginons que ce refroidissement soit assez lent pour qu'elle conserve un mouvement de rotation uniforme dans toutes ses parties et que l'homogénéité subsiste constamment.

» Il arrivera alors que cette masse, d'abord presque sphérique, affectera la forme d'un ellipsoïde de révolution dont l'excentricité ira sans cesse en croissant, jusqu'à ce qu'elle atteigne la valeur 0,81; la masse deviendra ensuite un ellipsoïde de Jacobi, puis une figure Σ_3. Pour expliquer grossièrement la déformation qu'elle subit alors, imaginons que l'ellipsoïde soit coupé en deux moitiés par un plan perpendiculaire au grand axe. En devenant une figure Σ_3, l'une des moitiés de l'ellipsoïde s'aplatira et se rapprochera de la forme hémisphérique, l'autre moitié s'allongera au contraire de plus en plus. Il est difficile de dire ce qui arrivera ensuite si le refroidissement continue, mais l'examen des figures Σ_3 porte à croire que la masse ira en s'étranglant dans sa partie moyenne pour se partager ensuite en deux masses isolées et inégales. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les différentielles des fonctions de plusieurs variables indépendantes.* Note de M. **E. Goursat**, présentée par M. Darboux.

« On connaît, d'après les recherches récentes de M. Darboux (*Bulletin des Sciences mathématiques*, 2e série, t. V, p. 376 et 395), toutes les fonctions de plusieurs variables indépendantes telles que la différentielle $(n+1)^{\text{ième}}$ est exactement divisible par la différentielle $n^{\text{ième}}$. Dans un travail qui sera publié prochainement, je me suis proposé de rechercher toutes les fonctions d'un nombre quelconque μ de variables indépendantes $x_1, x_2, \ldots, x_\mu$, telles que les différentielles $n^{\text{ième}}$ et $(n+1)^{\text{ième}}$ admettent un diviseur commun, fonction entière et homogène des dx_i. J'indiquerai rapidement, dans cette Note, les résultats que j'ai obtenus. On trouve trois catégories de fonctions répondant à la question, tout à fait analogues aux trois catégories de solutions trouvées par M. Darboux.

» Je démontre d'abord que tout diviseur commun à $d^n f$ et à $d^{n+1} f$ divise aussi toutes les différentielles à partir de celles-là. Dans le cas de deux variables indépendantes, le problème est susceptible d'une interprétation géométrique qui facilite beaucoup la solution. Soient x et y les variables, $f(x, y)$ la fonction et S la surface qui a pour équation en coordonnées rectilignes

$$z = f(x, y); \tag{1}$$

si $d^n f$ et $d^{n+1} f$ sont divisibles par un même facteur $X\,dx + Y\,dy$, par chaque point de la surface S passe une parabole d'ordre $n-1$, située tout entière sur la surface et ayant des équations de la forme

$$\left\{ \begin{array}{l} y = mx + p, \\ z = \alpha x^{n-1} + \beta x^{n-2} + \ldots + \lambda, \end{array} \right. \tag{2}$$

et inversement. Si $d^n f$ et $d^{n+1} f$ sont divisibles par $(X\,dx + Y\,dy)^p$, pour