MÉCANIQUE. — *Sur l'équilibre d'une masse fluide animée d'un mouvement de rotation.* Note de M. **H. Poincaré**, présentée par M. Hermite.

« Dans la deuxième édition de leur Traité de Philosophie naturelle, MM. Tait et Thomson énoncent sans démonstration le résultat suivant, au sujet de la figure d'équilibre d'une masse fluide homogène, dont toutes les molécules s'attirent suivant la loi newtonienne et qui est animée d'un mouvement de rotation autour d'un axe. Outre les figures ellipsoïdales bien connues, il y a, d'après les géomètres anglais, une autre forme d'équilibre, qui consiste en une surface annulaire de révolution analogue à un tore.

» Je suis parvenu à retrouver la démonstration du résultat de MM. Tait et Thomson en m'appuyant sur le principe suivant, qu'il est aisé d'établir rigoureusement :

» Si un système quelconque, en équilibre stable sous l'action de certaines forces, vient à être soumis à des forces perturbatrices infiniment petites, il y aura, pour ce nouvel état de forces, une nouvelle position d'équilibre stable infiniment voisine de la première.

» J'ai cherché ensuite à déterminer les principaux éléments de la surface annulaire d'équilibre. A cet effet, j'ai choisi les unités de masse et de temps de telle façon que la densité de notre masse fluide soit égale à 1 et que l'unité de force soit l'attraction newtonienne de deux unités de masse à l'unité de distance. C'est ce qui est le plus convenable dans une étude théorique.

» J'appelle R la distance du centre de gravité de la section méridienne à l'axe de révolution. La section méridienne admet un axe de symétrie qui est la perpendiculaire abaissée de son centre de gravité sur l'axe de révolution. J'écrirai l'équation de cette section méridienne, en prenant pour pôle le centre de gravité, et pour axe polaire l'axe de symétrie. L'équation s'écrira alors

$$\rho = r + \beta\cos 2\varphi + \gamma\cos 3\varphi + \ldots,$$

r, β et γ étant des constantes telles que les rapports $\frac{r}{R}$, $\frac{\beta}{r}$, $\frac{\gamma}{r}$, $\ldots$ soient très petits.

» Cela posé, j'ai négligé d'abord β, γ, $\ldots$ de façon que la surface se réduise à un tore de rayons R et r, et j'ai cherché à exprimer le potentiel V en un point quelconque de la surface du tore. J'y suis arrivé à l'aide des séries qui donnent les périodes K et K' d'une fonction elliptique, développées selon les puissances de k^2 et de $\log k$. On trouve que V, qui ne dépend évidemment que de l'angle φ, peut se développer suivant les puissances de r, de $\frac{r}{R}$, de $\log\frac{R}{r}$ et de $\cos\varphi$. Les coefficients de cette série s'expriment par des intégrales définies.

» Si l'on tient compte des quantités appelées plus haut β, γ, ..., on devra ajouter à V certains termes correctifs. Il faudra enfin disposer de la vitesse angulaire ω et des coefficients β et γ, de façon que l'expression

$$V + \frac{\omega^2}{2}(R + \rho\cos\varphi)^2$$

soit indépendante de φ. On trouve ainsi

$$\omega^2 = \frac{\pi}{2}\frac{r^2}{R^2}\left(\log\frac{8R}{r} - \frac{15}{8}\right)$$

en négligeant des termes de l'ordre de $\frac{r^3}{R^3}\log\frac{R}{r}$.

» On obtient de même

$$\beta = \frac{5}{16}\frac{r^3}{R^2}\log\frac{8R}{r} + K\frac{r^3}{R^2},$$

K étant une constante numérique qui s'exprime par une intégrale définie.

» Les autres coefficients γ, δ, ... sont infiniment petits par rapport à ρ, de sorte que la section méridienne peut être assimilée à une ellipse dont l'aplatissement serait

$$\frac{5\omega^2}{4\pi}.$$

» Le moment de la quantité de mouvement est approximativement

$$2\pi^2 r^3 R^3\sqrt{\frac{\pi}{2}\log\frac{8R}{r}} = M r R\sqrt{\frac{\pi}{2}\log\frac{8R}{r}},$$

M désignant la masse du fluide.

» La même méthode pourrait s'appliquer à une autre solution du même problème, énoncée également sans démonstration par MM. Tait et Thomson et où la masse fluide se répartit en plusieurs anneaux concentriques.

» Je n'ai pu encore approfondir la question de la stabilité de ces masses annulaires. J'ai fait seulement, en passant, une remarque que je crois nouvelle.

» Si la vitesse angulaire ω est supérieure à $\sqrt{2\pi}$ (avec les unités adoptées), il n'y a plus pour la masse fluide aucune figure d'équilibre stable possible. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la variation de résistance électrique du bismuth placé dans un champ magnétique.* Note de M. **Hurion**, présentée par M. Mascart.

« Dans une Note précédente, j'avais annoncé que la résistance du bismuth augmente quand on place ce métal entre les pôles d'un électro-aimant. Ce phénomène avait été constaté quelque temps auparavant par M. Righi [1], et les expériences de ce physicien indiquaient que les variations de résistance croissent d'abord plus vite que l'intensité du champ magnétique.

» Mes recherches m'ont conduit au même résultat; elles ont porté sur une plaque mince de bismuth collée sur verre et découpée comme les feuilles d'étain des carreaux étincelants. Cette lame était placée entre les pôles d'un électro-aimant de Faraday, de manière à se trouver normale aux lignes de force magnétique. Un galvanomètre placé en dérivation sur le circuit de la pile servait à mesurer une quantité proportionnelle à l'intensité du courant total, et l'expérience m'avait indiqué que l'intensité du champ magnétique était proportionnelle à la déviation du galvanomètre. Le Tableau suivant résume les observations faites sur une lame de bismuth dont la résistance est de $4^{\text{ohms}},3$; la première colonne donne les déviations du galvanomètre, et la seconde les variations correspondantes de la résistance en ohms.

d.	ΔR.	*d.*	ΔR.
30,5	0,039	64,5	0,130
35,5	0,054	68	0,142
39	0,063	73	0,157
42	0,070	78,2	0,173
45	0,081	94,5	0,214
51	0,093	108	0,241
56,2	0,113		

» Ces nombres confirment le fait annoncé par M. Righi. En présence de ces résultats, je me suis demandé si la variation de résistance observée ne tiendrait pas à l'action mécanique exercée par l'électro-aimant sur le bismuth, et j'ai cherché à évaluer cette action.

[1] *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. III, p. 355.