» Le Tableau suivant contient, pour diverses valeurs de la densité superficielle ρ_1 et de l'ellipticité à la surface ε, une *limite inférieure* de la quantité $3,150\eta - 2,158\sigma$; on rappelle que η et σ sont les corrections relatives supposées aux constantes de la précession et de la nutation :

	Ellipticités ε.				
ρ_1.	$\frac{1}{288}$.	$\frac{1}{290}$.	$\frac{1}{292}$.	$\frac{1}{294}$.	$\frac{1}{296}$.
2,0.........	0,024	0,016	0,007	—0,001	—0,010
2,2.........	0,026	0,018	0,009	0,001	—0,007
2,4.........	0,028	0,020	0,011	0,003	—0,005
2,6.........	0,030	0,022	0,013	0,005	—0,003
2,8.........	0,032	0,024	0,016	0,007	0,000
3,0.........	0,034	0,026	0,018	0,010	0,002

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une généralisation du théorème d'Abel.* Note de M. H. **Poincaré**, présentée par M. Hermite.

« Le théorème d'Abel, appliqué à une courbe algébrique $f = 0$, de degré m, peut s'énoncer ainsi :

» *Soient* (x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_q, y_q) *les points d'intersection de* $f = 0$ *avec une autre courbe algébrique* $\varphi = 0$; *soient* $(x_1 + dx_1, y_1 + dy_1)$, $(x_2 + dx_2, y_2 + dy_2)$, ..., $(x_q + dx_q, y_q + dy_q)$ *les points d'intersection de la courbe* f *avec une courbe algébrique* $\psi + \varepsilon\psi = 0$ *infiniment peu différente de* φ; *on aura*

$$\sum_{\nu=1}^{q} \frac{P(x_\nu, y_\nu)\, dx_\nu}{\frac{df}{dq_\nu}} = 0,$$

P *désignant un polynôme quelconque d'ordre* $m - 3$, *qui devra s'annuler aux points doubles de* f, *si les courbes* φ *et* $\varphi + \varepsilon\psi$ *vont passer par ces points doubles.*

» Considérons maintenant une courbe gauche, intersection complète de deux snrfaces $f = 0$, $f_1 = 0$ de degrés m et n. Soit (x_ν, y_ν, z_ν) un quelconque des q points d'intersection de cette courbe avec une surface $\varphi = 0$, et $(x_\nu + dx_\nu, y_\nu + dy_\nu, z_\nu + dz_\nu)$ un des points d'intersection de cette même courbe, avec une surface $\varphi + \varepsilon\psi = 0$ infiniment voisine de la première. On aura

$$\sum_{\nu=1}^{q} \frac{P(x_\nu, y_\nu, z_\nu)\, dx_\nu}{\frac{df}{dy_\nu}\frac{df_1}{dz_\nu} - \frac{df_1}{dy_\nu}\frac{df}{dz_\nu}} = 0,$$

P désignant un polynôme quelconque d'ordre $m + n - 4$.

» Après avoir mis le théorème d'Abel sous cette forme, qui ne diffère pas essentiellement de la forme habituelle, il est aisé de l'étendre aux surfaces. Soit $f = 0$ une surface de degré m. Soit (x_ν, y_ν, z_ν) un de ses points d'intersection avec une courbe gauche, $(x_\nu + dx_\nu, y_\nu + dy_\nu, z_\nu + dz_\nu)$ un de ses points d'intersection avec une courbe gauche infiniment voisine. On peut se demander quelles relations il y a entre les différentielles dx_ν, dy_ν, dz_ν.

» Je me bornerai pour le moment aux courbes gauches qui sont l'intersection complète de deux surfaces $\varphi = 0$, $\varphi_1 = 0$, de degrés n et p.

» On trouve alors

$$(1)\quad \sum_{\nu=1}^{q} \frac{P_\nu\left(\frac{d\varphi}{dx_1}dx_\nu + \frac{d\varphi}{dy_\nu}dy_\nu + \frac{d\varphi}{dz_\nu}dz_\nu\right)}{\Delta_\nu} = \sum_{\nu=1}^{q} \frac{Q_\nu\left(\frac{d\varphi_1}{dx_\nu}dx_\nu + \frac{d\varphi_1}{dy_\nu}dy_\nu + \frac{d\varphi_1}{dz_\nu}dz_\nu\right)}{\Delta_\nu} = 0.$$

» Dans ces formules P_ν et Q_ν désignent des polynômes de degré $m + p - 4$ et $m + n - 4$ en x, y, z, où l'on a remplacé ces variables par x_ν, y_ν, z_ν. Quant à Δ_ν, c'est le déterminant fonctionnel de f, φ et φ_1 par rapport à x, y, z, où ces variables sont remplacées par x_ν, y_ν, z_ν.

» Un cas particulier assez intéressant est celui où la surface f se réduit à un plan.

» Soient alors $\varphi = 0$, $\varphi_1 = 0$ deux courbes de degré m et (x_ν, y_ν) un de leurs points d'intersection. Soit $(x_\nu + dx_\nu, y_\nu + dy_\nu)$ ce que devient ce point d'intersection, quand ces deux courbes varient infiniment peu. Il vient

$$\sum_{\nu=1}^{m^2} \frac{P(x_\nu, y_\nu)\left[\frac{d(\varphi + \lambda\varphi_1)}{dx_\nu}dx_\nu + \frac{d(\varphi + \lambda\varphi_1)}{dy_\nu}dy_\nu\right]}{\frac{d\varphi}{dx_\nu}\frac{d\varphi_1}{dy_\nu} - \frac{d\varphi_1}{dx_\nu}\frac{d\varphi}{dy_\nu}} = 0,$$

P étant un polynôme quelconque d'ordre $m - 3$, et λ une constante quelconque.

» Le théorème s'applique même si la surface f n'a pas de point singulier, auquel cas il est aisé de voir qu'il ne peut y avoir d'intégrale de première espèce. Mais il contient, comme cas particulier, le résultat que j'ai énoncé dernièrement au sujet de ces intégrales. Si donc du est une différentielle totale de première espèce et si φ et φ_1 sont deux polynômes quelconques d'ordre n et p, on devra avoir

$$du = \frac{P\,d\varphi + Q\,d\varphi_1}{\Delta},$$

P et Q étant deux polynômes d'ordre $m+p-4$ et $m+n-4$ et Δ étant le déterminant fonctionnel de f, φ et φ_1 par rapport à x, y et z.

» Le problème est beaucoup plus compliqué quand la courbe gauche dont il s'agit n'est pas une intersection complète. Pour faire voir de quelle manière il devrait être traité dans ce cas, envisageons le cas particulier d'une cubique gauche.

» Supposons d'abord que l'on fasse varier cette cubique, de telle façon que deux de ses $3m$ points d'intersection avec la surface f restent fixes. On pourra alors trouver deux surfaces du second ordre $\varphi = 0$, $\varphi_1 = 0$ qui passent par la cubique donnée et par la droite qui joint ces deux points fixes. La formule (1) reste vraie, si on l'applique à ces deux surfaces et aux points variables d'intersection de la surface f avec la cubique.

» Si, ensuite, on fait varier la cubique d'une manière quelconque, on pourra toujours regarder cette variation comme la somme d'une variation où deux points A et B, communs à la cubique et à f, restent fixes, et d'une autre variation où deux points C et D, communs à la cubique et à f, restent fixes. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une méthode pour traiter les transformations périodiques univoques.* Note de M. S. KANTOR, présentée par M. Jordan.

« Le Mémoire sur les transformations périodiques univoques, qui a été couronné par l'Académie de Naples, offre une variété de méthodes pour le traitement de ce problème, dont une au moins est susceptible d'une généralisation aux espaces de plusieurs dimensions, généralisation purement verbale. Une autre manière d'établir des transformations périodiques se déduit de ce principe:

» *Si une surface quelconque* F *à deux dimensions et qui peut être représentée d'une manière quelconque, mais point à point sur un plan, contient elle-même une correspondance univoque et périodique entre ses points, l'image sur le plan fournira là une transformation univoque* (*de Cremona*).

» Quand on connaît donc par quelque moyen F et celles de ses propriétés qui dépendent de l'existence de la correspondance sur elle, on peut descendre au plan et découvrir là une grande variété de transformations périodiques univoques.

» *Toutes les transformations périodiques univoques, qui sont les images de la même correspondance sur* F, *mais obtenues par différents modes de représen-*