## MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

MM. **Ed. Nicati** et **M. Rietsch** adressent, par l'entremise de M. A. Milne-Edwards, une Note « Sur la vitalité du bacille-virgule dans différentes eaux ».

(Renvoi à la Commission du legs Bréant.)

M. **E. Sockhlet** adresse, de Retz, une Note relative à un procédé pour combattre le Phylloxera.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

M. **E. Ferrero** adresse une Note relative à l'histoire de la navigation aérienne.

(Renvoi à la Commission des aérostats.)

## CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, un Volume de M. *G. Richard,* accompagné d'un Atlas, sous le titre « Les moteurs à gaz ». (Présenté par M. Haton de la Goupillière.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales de différentielles totales.* Note de M. **H. Poincaré**, présentée par M. Hermite.

« La découverte récente de M. Picard sur les différentielles totales de première espèce a ouvert aux analystes une voie toute nouvelle où ils rencontreront sans aucun doute bien des propositions importantes. Aussi ne sera-t-il peut-être pas sans intérêt de signaler ici certains résultats partiels qui, bien que très faciles à démontrer, pourront être utiles aux géomètres qui s'occuperont de cette question.

» J'ai cherché d'abord à déterminer quelles sont les surfaces du quatrième ordre qui possèdent des intégrales de première espèce. J'ai trouvé que toutes ces surfaces peuvent se ramener, par un changement linéaire de variables, soit à la surface réglée

$$x^2(az^2 + 2b - z + c) + 2xy(a'z^2 + 2b'z + c') \\ + y^2(a''z^2 + 2b''z + c'') = 0,$$

qui admet l'intégrale

$$\int \frac{y\,dz}{x(az^2 + 2bz + c) + y(a'z^2 + 2b'z + c')},$$

soit à la surface de révolution

$$(x^2 + y^2)^2 + 2(x^2 + y^2)Z_2 + Z_4 = 0$$

($Z_2$ et $Z_4$ désignant deux polygones de degré 2 et 4 en $z$), qui admet l'intégrale

$$\int \frac{dz}{x^2 + y^2 + Z_2}.$$

» Il est ailleurs aisé de voir que toutes les surfaces réglées et toutes les surfaces de révolution admettent des intégrales de première espèce, à moins, bien entendu, qu'elles ne soient unicursales.

» Si une surface admet une intégrale de première espèce $u$, réductible aux intégrales elliptiques, les courbes $u =$ const. sont algébriques.

» Si l'on peut tracer sur une surface une courbe unicursale, et si $u$ est une intégrale de première espèce quelconque de cette surface, la valeur de $u$ sera la même tout le long de la courbe.

» De même, si la surface admet un point conique du second ordre, dont le cône tangent soit indécomposable, la valeur de $u$ en ce point conique sera *déterminée*.

» Si l'on peut tracer sur une surface deux séries de courbes unicursales, elle n'aura pas d'intégrale de première espèce; si, sur une surface non unicursale, on peut tracer une série de courbes unicursales, de telle façon que par chaque point de la surface passe, en général, une seule de ces courbes, elle aura des intégrales de première espèce.

» Supposons qu'une surface soit engendrée par l'élimination de deux paramètres $a$ et $b$, entre les trois équations

$$\begin{aligned} \varphi\,(x, y, z, a, b) &= 0,\\ \varphi_1(x, y, z, a, b) &= 0,\\ \psi(a, b) &= 0. \end{aligned}$$

» *Si les trois polynômes* $\varphi$, $\varphi_1$ *et* $\psi$ *sont les plus généraux de leurs degrés*, la relation $\psi = 0$ est de genre plus grand que 0; à un point de la surface correspond un seul système de valeurs des paramètres et, par conséquent, la surface admet des intégrales de première espèce.

» Enfin, le théorème d'Abel s'applique aux intégrales de différentielles totales.

» Soient $M_1, M_2, \ldots, M_q$ les points d'intersection de la surface avec la courbe

$$\frac{\alpha}{\lambda} = \frac{\beta}{\mu} = \frac{\gamma}{\nu},$$

$\alpha$, $\beta$, $\gamma$ étant des polynômes entiers en $x$, $y$, $z$ et $\lambda$, $\mu$, $\nu$ des constantes. Soient $u_1, u_2, \ldots, u_q$ les valeurs d'une certaine intégrale de première espèce $u$ en ces différents points.

» Soient $M'_1, M'_2, \ldots, M'_q$ les points d'intersection de la surface avec la courbe

$$\frac{\alpha}{\lambda'} = \frac{\beta}{\mu'} = \frac{\gamma}{\nu'},$$

$\lambda'$, $\mu'$ et $\nu'$ étant de nouvelles constantes. Soient $u'_1, u'_2, \ldots, u'_q$ les valeurs de l'intégrale $u$ aux points $M'_1, M'_2, \ldots, M'_q$.

» On aura

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_q = u'_1 + u'_2 + \ldots + u'_q. \text{ »}$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales de différentielles totales et sur une classe de surfaces algébriques*. Note de M. **E. Picard**, présentée par M. Hermite.

« Dans une Communication récente (*Comptes rendus*, séance du 1er décembre 1884), j'ai énoncé une proposition fondamentale relative aux intégrales de différentielles totales algébriques restant toujours finies, intégrales que je désigne pour cette raison sous le nom d'*intégrales de première espèce*. Les applications de cette théorie, que je développe en ce moment dans un Mémoire étendu, pourront peut-être présenter quelque