verte et bande bleue. La bande centrale était extrêmement lumineuse. Le noyau donnait un spectre continu très faible.

» Le ciel s'est d'ailleurs montré défavorable aux études sur la comète; plusieurs des observations précédentes ont été faites dans des éclaircies de peu de durée ou à travers des brumes légères. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur les oscillations barométriques produites par l'éruption du volcan de Krakatoa, et enregistrées au baromètre Rédier de l'Observatoire de Toulouse.* Note de M. **Baillaud**, présentée par M. C. Wolf.

« La première forte dépression a commencé le 27 août à $1^h 50^m$ du soir, et le minimum a eu lieu vers $3^h 10^m$. La seconde, dont le caractère accidentel est très caractérisé, s'est produite le 28, de 4^h à $4^h 30^m$ du matin. Les accidents du 29 sont assez nettement accusés : une dépression dont le minimum a eu lieu à $1^h 30^m$ du matin et une élévation de 3^h à $3^h 40^m$ du soir.

» En prenant l'intervalle entre les minima du 27, je trouve $13^h 20^m$, d'où une vitesse de 1256^{km} par heure, ou 349^m par seconde. L'intervalle entre les commencements des deux dépressions est $14^h 10^m$, d'où une vitesse de 1182^{km} à l'heure, ou 328^m par seconde. D'après ces nombres, la vitesse de propagation serait bien la vitesse du son.

L'intervalle entre les accidents du 29 est $13^h 45^m$, nombre moyen entre les intervalles de $13^h 20^m$ et de $14^h 10^m$ de l'alinéa précédent. Mais la vitesse suivant laquelle les ondes auraient fait le tour entier de la Terre devrait s'abaisser à 1166^{km} par heure, ou 324^m par seconde.

L'observation directe du baromètre a donné (lecture réduite à 0°) : le 27 à midi, $749^{mm},0$; à 3^h, $746^{mm},9$. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les substitutions linéaires.* Note de M. **H. Poincaré**, présentée par M. Hermite.

« On sait quelle importance a, dans la théorie des substitutions linéaires de la forme $\left(x, \frac{ax+b}{a'x+b'}\right)$ et dans celle des groupes fuchsiens et kleinéens qu'elles peuvent former, la classification de ces substitutions en substitutions loxodromiques, hyperboliques, elliptiques et paraboliques.

» Cette classification peut s'étendre aux substitutions linéaires à deux variables

$$(1) \qquad \left(x, y; \frac{ax+by+c}{a''x+b''y+c''}, \frac{a'x+b'y+c'}{a''x+b''y+c''}\right),$$

et spécialement à celles qui conservent l'hypersphère

$$(2)\qquad xx_0 + yy_0 = 1,$$

et qui, par conséquent, peuvent engendrer ces groupes hyperfuchsiens dont M. Picard a donné des exemples. Dans l'équation (2), comme dans tout ce qui va suivre, j'ai représenté, à l'exemple de M. Hermite, par u_0 la quantité imaginaire conjuguée de u. Mettons la substitution (1) sous la forme homogène

$$(1\ bis)\qquad (x, y, z;\ ax + by + cz,\ a'x + b'y + c'z,\ a''x + b''y + c''z).$$

» On peut, par un changement convenable de variables, amener cette substitution à l'une des formes suivantes, que l'on peut appeler *formes canoniques* :

$$(A)\qquad (x, y, z;\ \alpha x, \beta y, \gamma z),\quad \alpha \gtrless \beta \gtrless \gamma,$$
$$(B)\qquad (x, y, z;\ \alpha x, \beta y + z, \beta z),\quad \alpha \gtrless \beta,$$
$$(C)\qquad (x, y, z;\ \alpha x, \beta y, \beta z),\quad \alpha \gtrless \beta,$$
$$(D)\qquad (x, y, z;\ \alpha x + y, \alpha y + z, \alpha z),$$
$$(E)\qquad (x, y, z;\ \alpha x, \alpha y + z, \alpha z).$$

» Ne nous occupons pour le moment que de la forme (A); car toutes les autres, qui sont analogues aux substitutions paraboliques, n'en sont que des cas particuliers.

» Les quantités α, β, γ sont appelées *multiplicateurs*. De plus, la substitution (1) admet trois *points doubles* qu'elle laisse inaltérés. Quand on connaît les points doubles et les multiplicateurs d'une substitution, elle est entièrement déterminée. Quand elle est ramenée à la façon canonique, ces trois points doubles sont

$$x = y = 0,\quad y = z = 0,\quad x = z = 0;$$

à la substitution (A) correspond la substitution conjuguée

$$(x_0, y_0, z_0;\ \alpha_0 x_0, \beta_0 y_0, \gamma_0 z_0).$$

» On voit aisément que toute substitution de la forme (1 *bis*) change toute forme quadratique du faisceau

$$(3)\qquad \left\{\begin{aligned} &Axx_0 + Bxy_0 + B_0 yx_0 + Cyy_0 \\ &\qquad + Dxz_0 + D_0 zx_0 + Eyz_0 + E_0 zy_0 + Fzz_0 \end{aligned}\right.$$

en une autre forme du même faisceau.

» Pour que la substitution (A) reproduise, à un facteur constant près, une des formes (3) dont le discriminant ne soit pas nul, il faut que trois au moins des quantités

$$\alpha\alpha_0,\ \alpha\beta_0,\ \beta\alpha_0,\ \beta\beta_0,\ \alpha\gamma_0,\ \gamma\alpha_0,\ \beta\gamma_0,\ \gamma\beta_0,\ \gamma\gamma_0$$

soient égales entre elles. Or, si l'on suppose, comme nous l'avons fait, que les trois multiplicateurs soient différents, cela ne peut arriver que des trois manières suivantes :

$$\alpha\alpha_0 = \beta\beta_0 = \gamma\gamma_0, \tag{4}$$

$$\alpha\alpha_0 = \beta\gamma_0 = \gamma\beta_0, \tag{5}$$

$$\alpha\beta_0 = \beta\gamma_0 = \gamma\alpha_0. \tag{6}$$

» L'hypothèse (6) doit être rejetée, parce que la forme (3) qui serait reproductible par la substitution (A) serait imaginaire. L'hypothèse (4) signifie que les trois multiplicateurs ont même module : nous dirons alors que la substitution est *elliptique*. L'hypothèse (5) signifie que la quantité $\frac{\beta}{\gamma}$ est réelle et égale au carré du module de $\frac{\alpha}{\gamma}$. Nous dirons alors que la substitution est *hyperbolique*.

» Cherchons maintenant quelles sont les substitutions elliptiques ou hyperboliques (que je ne suppose plus réduites à la forme canonique) qui reproduisent l'hypersphère (2), c'est-à-dire la forme

$$xx_0 + yy_0 - zz_0.$$

» Cherchons d'abord les substitutions elliptiques; soient

$$\frac{x}{\lambda_1} = \frac{y}{\mu_1} = \frac{z}{\nu_1},\quad \frac{x}{\lambda_2} = \frac{y}{\mu_2} = \frac{z}{\nu_2},\quad \frac{x}{\lambda_3} = \frac{y}{\mu_3} = \frac{z}{\nu_3}$$

les trois points doubles. Nous trouverons les six relations suivantes :

$$\lambda_i \lambda_{k0} + \mu_i \mu_{k0} - \nu_i \nu_{k0} = 0,$$

qui définissent les conditions auxquelles doivent satisfaire les points doubles.

» Ces conditions peuvent être satisfaites d'une infinité de manières; en effet, le premier point double peut être choisi d'une façon arbitraire, le second peut encore être choisi d'une infinité de manières, car il n'est assujetti qu'aux relations

$$\lambda_1 \lambda_{20} + \mu_1 \mu_{20} - \nu_1 \nu_{20} = \lambda_2 \lambda_{10} + \mu_2 \mu_{10} - \nu_2 \nu_{10} = 0.$$

» Le troisième point double est alors entièrement déterminé. Il résulte de là qu'il entre dans les substitutions hyperfuchsiennes elliptiques *huit* paramètres arbitraires.

» Passons aux substitutions hyperboliques : nous trouvons les conditions

$$\lambda_2\lambda_{20} + \mu_2\mu_{20} - \nu_2\nu_{20} = \lambda_3\lambda_{30} + \mu_3\mu_{30} - \nu_3\nu_{30} = 0,$$
$$\lambda_1\lambda_{20} + \mu_1\mu_{20} - \nu_1\nu_{20} = \lambda_2\lambda_{10} + \mu_2\mu_{10} - \nu_2\nu_{10} = 0,$$
$$\lambda_1\lambda_{30} + \mu_1\mu_{30} - \nu_1\nu_{30} = \lambda_3\lambda_{10} + \mu_3\mu_{10} - \nu_3\nu_{10} = 0,$$

de sorte que l'hypersphère (2) est encore conservée par une infinité de substitutions hyperboliques dépendant de huit paramètres arbitraires.

» Disons encore quelques mots de la substitution canonique (B), qui est la plus générale après celles que nous venons d'étudier. Supposons $\beta = 1$ pour simplifier. Pour que cette substitution reproduise la forme (3), il faut d'abord que l'on ait

$$C = B = B_0 = 0.$$

Il faut ensuite que l'on ait

$$\alpha\alpha_0 = 1 \quad \text{ou} \quad \alpha = \alpha_0,$$

ce qui montre que les substitutions (B) peuvent se répartir en deux classes qui peuvent être regardées comme des cas particuliers des substitutions elliptiques et hyperboliques. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Généralisation du théorème de Jacobi sur les équations de Hamilton.* Note de M. **J. Farkas**, présentée par M. Hermite.

« Soit

$$(1)\quad \begin{cases} p + f(x, x_1, x_2, \ldots, x_n, p_1, p_2, \ldots, p_n) = 0, \\ p = \dfrac{\partial y}{\partial x}, \quad p_1 = \dfrac{\partial y}{\partial x_1}, \quad p_2 = \dfrac{\partial y}{\partial x_2}, \quad \ldots, \quad p_n = \dfrac{\partial y}{\partial x_n}, \end{cases}$$

une équation aux dérivées partielles de premier ordre.

» En désignant par

$$\left.\begin{aligned} &(2)\quad x_i = x_i(x, x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0, p_1^0, p_2^0, \ldots, p_n^0) \\ &(3)\quad p_i = p_i(x, x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0, p_1^0, p_2^0, \ldots, p_n^0) \end{aligned}\right\} (i = 1, 2, \ldots, n),$$

où x_i^0 et p_i^0 sont les valeurs initiales de x_i et p_i correspondant à la valeur