ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions fuchsiennes.* Note de M. **H. Poincaré**, présentée par M. Hermite.

« **1.** J'ai retrouvé par une autre voie un certain moyen d'exprimer les fonctions fuchsiennes par des séries, moyen dont j'avais déjà parlé dans un Mémoire antérieur, mais non dans les résumés insérés aux *Comptes rendus.*

» J'envisage un groupe fuchsien G formé des substitutions

$$\left(z, \frac{\alpha_i z + \beta_i}{\gamma_i z + \delta_i}\right),$$

i variant de o à l'infini, et je considère la série

$$\varphi(z, a) = \sum_{i=0}^{i=\infty} \frac{1}{z - \dfrac{\alpha_i a + \beta_i}{\gamma_i a + \delta_i}} (\gamma_i a + \delta_i)^{-2m}.$$

Si z était une constante et a la variable indépendante, cette série serait une fonction thétafuchsienne de a; mais je regarde au contraire z comme la variable et a comme une constante.

» Soit

$$\left(z, \frac{\alpha z + \beta}{\gamma z + \delta}\right)$$

une des substitutions fondamentales du groupe G. On trouve aisément

$$(\gamma z + \delta)^{2m-2} \varphi\left(\frac{\alpha z + \beta}{\gamma z + \delta}\right) - \varphi(z)$$
$$= \sum_{\mu=0}^{\mu=2m-2} (\gamma z + \delta)^{\mu} \sum_{i=0}^{i=\infty} \frac{1}{\left[\gamma\left(\dfrac{\alpha_i a + \beta_i}{\gamma_i a + \delta_i}\right) + \delta\right]^{\mu}} (\gamma_i a + \delta_i)^{-2m}.$$

» Le second membre est un polynôme en z de degré $2m - 2$ et dont les coefficients sont des constantes, fonctions thétafuchsiennes de a.

» Cela posé, soit n le nombre des substitutions fondamentales de G multiplié par $2m - 1$. On pourra toujours, dans l'expression

$$\Phi(z) = A_0 \varphi(z, a_0) + A_1 \varphi(z, a_1) + \ldots + A_n \varphi(z, a_n),$$

choisir les constantes A et a de telle sorte que

$$(\gamma z + \delta)^{2m-2} \Phi\left(\frac{\alpha z + \beta}{\gamma z + \delta}\right) = \Phi(z).$$

» Le quotient de deux fonctions telles que $\Phi(z)$ sera alors une fonction fuchsienne.

» 2. Parmi les équations linéaires de la forme

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = v\varphi(x), \tag{1}$$

où $\varphi(x)$ est une fonction rationnelle de x, dont les intégrales sont régulières et dont les points singuliers sont donnés, ainsi que les racines des équations déterminantes correspondantes, il ne peut y en avoir qu'une telle que x soit fonction fuchsienne (de la première, deuxième ou sixième famille) du rapport des intégrales.

» Il existe un théorème analogue pour le cas où $\varphi(x)$ est algébrique.

» 3. Dans une Note que j'ai eu précédemment l'honneur de présenter à l'Académie, j'ai parlé d'équations de la forme (1) dont les intégrales étaient irrégulières et où cependant x était fonction fuchsienne du rapport des intégrales. De pareilles fonctions fuchsiennes n'existent pas dans tout l'intérieur du cercle fondamental, mais seulement dans un espace limité par une infinité de cercles, tangents entre eux et orthogonaux au cercle fondamental.

» 4. Il existe une expression très simple du genre de la relation algébrique qui a lieu entre deux fonctions fuchsiennes de même groupe. Reprenons le polygone générateur du groupe, et soient $2n$ le nombre des côtés de la première sorte et p le nombre des cycles formés de sommets de la première ou de la deuxième catégorie; le genre sera

$$\frac{n+1-p}{2}$$

pour les fonctions de la première, de la deuxième ou de la sixième famille et

$$n-p$$

pour les fonctions des autres familles. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur une particularité expérimentale, relative à la loi équipotentielle que suivent les anneaux de Nobili.* Note de M. **Ad. Guébhard.**

« De nombreuses expériences, dont les résultats ont été présentés à l'Académie à diverses reprises, j'ai fait ressortir ce fait, qu'en plaçant au-dessus