publique pour la place de membre du Bureau des Longitudes, actuellement vacante par suite du décès de M. *de la Roche-Poncié*.

Un premier scrutin, destiné à la désignation du *premier candidat*, donne les résultats suivants :

M. l'amiral Cloué obtient........	40 suffrages.
M. Bouquet de la Grye...........	11 »

Un autre scrutin, destiné à la désignation du *second candidat*, donne les résultats suivants :

M. Bouquet de la Grye obtient....	41 suffrages.
M. Gaussin......................	4 »

Il y a deux bulletins blancs.

En conséquence, la liste présentée par l'Académie à M. le Ministre de l'Instruction publique sera composée comme il suit :

En première ligne......	M. l'amiral **Cloué**.
En seconde ligne.......	M. **Bouquet de la Grye**.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions fuchsiennes*. Mémoire de M. H. **Poincaré**, présenté par M. Hermite. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires : MM. Hermite, Puiseux, Jordan.)

« I. Dans le Mémoire que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie, je commence par donner une forme nouvelle à la règle que j'avais exposée dans mon premier travail pour la formation des groupes fuchsiens.

» J'appelle X l'axe des quantités réelles.

» Soient a, b deux quantités imaginaires, a', b' leurs conjuguées; je pose

$$(a, b) = \frac{a-a'}{a-b'}\frac{b-b'}{b-a'}.$$

» Envisageons deux arcs de cercles ab et cd ayant leurs centres sur X; si l'on a

$$(a, b) = (c, d),$$

il y aura une substitution linéaire à coefficients réels qui changera ab

en cd. Je l'appellerai la substitution

$$(a, b;\ c, d).$$

» J'envisage maintenant un polygone curviligne situé tout entier au-dessus de X et dont les côtés sont de deux sortes : ceux de la première sorte sont des arcs de cercles ayant leurs centres sur X ; ceux de la seconde sont des segments de l'axe X lui-même.

» Les côtés de la première sorte sont au nombre de $2n$; deux côtés consécutifs de la première sorte sont séparés :

» 1° Soit par un sommet situé au-dessus de X et que j'appellerai *sommet de la première catégorie ;*

» 2° Soit par un sommet situé sur X et que j'appellerai *sommet de la seconde catégorie ;*

» 3° Soit par un côté de la seconde sorte que j'appellerai, pour uniformiser le langage, *sommet de la troisième catégorie.*

» Grâce à cette convention, il est clair que l'on rencontrera, en suivant le périmètre du polygone, alternativement un côté de la première sorte et un sommet de l'une des trois catégories. Le côté qu'on rencontrera après un sommet donné sera le côté suivant ; le sommet qu'on rencontrera ensuite sera le sommet suivant, et ainsi de suite.

» Je suppose que l'on répartisse d'une façon *quelconque* les côtés de la première sorte en paires et qu'un côté soit dit conjugué de celui qui appartient à la même paire. Je suppose maintenant qu'on répartisse les sommets en cycles de la manière suivante. On partira d'un sommet quelconque ; on envisagera le côté suivant, puis son conjugué, puis le sommet suivant, puis le côté suivant, puis son conjugué, puis le sommet suivant, et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on revienne au sommet primitif. Tous les sommets rencontrés de la sorte appartiendront à un même cycle.

» Je suppose :

» 1° Que tous les sommets d'un même cycle sont de la même catégorie ;

» 2° Que, si tous les sommets d'un cycle sont de la première catégorie, la somme des angles correspondants du polygone curviligne est une partie aliquote de 2π ;

» 3° Que, si $a_i b_i$ et $a'_i\, b'_i$ sont deux côtés d'une même paire, on a

$$(a_i, b_i) = (a'_i, b'_i).$$

A ces conditions, le groupe dérivé des substitutions

$$(a_i, b_i;\ a'_i,\ b'_i)$$

sera un groupe fuchsien, et l'on obtiendra de la sorte tous les groupes fuchsiens.

» II. Je discute ensuite les $2n - 4$ équations dont j'ai parlé dans ma Note du 30 mai. Supposant $n = 3$, je montre qu'elles ont toujours une solution réelle. Je montre que les fonctions fuchsiennes et zétafuchsiennes peuvent servir à intégrer une équation linéaire à coefficients rationnels, pourvu que tous les points singuliers soient sur un certain nombre de cercles se coupant en deux points a et b sous des angles commensurables avec 2π.

» III. Dans une Lettre que M. Klein, de Leipzig, m'a fait l'honneur de m'adresser, je remarque le passage suivant :

» *Nehmen Sie ein beliebiges Polygon, begränzt vom irgend welchen sich berührenden* (deux à deux) *Kreisen; so wird die Vervielfältigung durch Symmetrie zu einer Groupe discontinu führen.*

» J'ajoute une condition que M. Klein n'a pas énoncée, mais qui ne lui a sans doute pas échappé : si l'on prolonge deux quelconques des arcs de cercles qui limitent le polygone, ils ne doivent pas se rencontrer. La remarque de M. Klein est aisée à vérifier, et l'on en déduit immédiatement le théorème suivant :

» *Soit une équation*

$$(1)\quad \frac{d^2y}{dx^2} = y\left[\frac{A_1}{(x-a_1)^2} + \frac{A_2}{(x-a_2)^2} + \dots + \frac{A_n}{(x-a_n)^2} + \frac{B_n}{x-a_1} + \dots + \frac{B_n}{x-a_n}\right].$$

Je suppose :

» 1° *Que*

$$\Sigma B_i = \Sigma A_i + \Sigma B_i a_i = 2\Sigma A_i a_i + \Sigma B_i a_i = 0,$$
$$A_1 = A_2 = \dots = A_n = -\tfrac{1}{4};$$

» 2° *Que les* B *et les* a *sont réels;*

» 3° *Qu'ils satisfont à certaines inégalités;*

» x *sera alors fonction uniforme du rapport des intégrales.*

» J'ai cherché à généraliser le résultat de M. Klein, et voici à quoi je suis arrivé :

» Soient $2n$ cercles $C_1, C_2, \dots, C_n, C'_1, C'_2, \dots, C'_n$ qui sont extérieurs l'un à l'autre ou se touchent extérieurement; tout groupe dérivé de n substitutions linéaires dont la $i^{\text{ième}}$ change la partie du plan extérieure à C_i en la partie intérieure à C'_i sera discontinu. Cela arrivera en particulier si les $2n$ cercles se touchent deux à deux de manière à circonscrire un polygone curviligne limité par des arcs de cercles $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \alpha'_1, \alpha'_2, \ldots, \alpha'_n$, appartenant respectivement aux cercles $C_1, C_2, \ldots, C_n, C'_1, C'_2, \ldots, C'_n$ et si la $i^{\text{ième}}$ substitution change α_i en α'_i.

» Il existe des fonctions qui ne sont pas altérées par les substitutions de ce groupe et que je propose d'appeler *fonctions kleinéennes,* puisque c'est à M. Klein qu'on en doit la découverte. Il y aura aussi des fonctions thétakleinéennes et zétakleinéennes analogues aux fonctions thétafuchsiennes et zétafuchsiennes.

» Grâce à cette généralisation, je montre que *le théorème relatif à l'équation* (1), déduit de la remarque de M. Klein, *est encore vrai quand même la seconde condition n'est pas remplie.* Je montre aussi que les fonctions kleinéennes intègrent un grand nombre d'autres équations linéaires à coefficients algébriques, et entre autres des équations à intégrales irrégulières. »

VITICULTURE. — *Sur les accidents de végétation qui se produisent dans le traitement des vignes phylloxérées.* Note de M. **J.-D. Catta.**

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

« Je crois utile de porter à la connaissance de l'Académie que les graves accidents de végétation qui se sont produits dans les vignobles du syndicat de Béziers n'ont eu leurs analogues dans aucun département de ma région. Il en est cependant, comme l'Aude, qui sont soumis aux mêmes conditions climatériques et culturales que le Bitterrois. J'ai enregistré cette immunité avec d'autant plus de satisfaction, qu'il me paraît facile de l'expliquer.

» Le personnel administratif qui applique les traitements dans ces départements est depuis longtemps instruit des effets nuisibles de l'humidité sur les traitements. Dès le 6 juin 1880, j'envoyais, en effet, aux délégués départementaux, une circulaire contenant la phrase suivante :

« .... L'expérience m'a démontré que les traitements pratiqués avant la pluie donnent de bons résultats, tandis que ceux qu'on fait après portent souvent un certain préjudice à la végétation. Il faudra donc veiller dorénavant à éviter autant que possible de traiter quand le terrain est encore mouillé...... »

» Depuis, je n'ai jamais cessé de recommander l'observation de ces