outre, le danger signalé par M. Boiteau s'étant montré, dans la pratique, à peu près négligeable.

» J'ajoutais à Clermont :

« Le détail de la méthode pratique a été publié en 1878. Il semble qu'on tourne autour de la méthode sans vouloir y entrer. Dans une Note parue dans les *Comptes rendus* du 4 mai 1879, M. Boiteau explique que, dans les vignes plantées irrégulièrement, il prend *une ligne d'opération ;* dans une Note parue dans les *Comptes rendus* du 26 janvier 1880, il place ses trous sur des lignes parallèles, comme il l'a expliqué tout à l'heure : encore un pas, et le progrès sera réalisé (¹). »

» La comparaison des dates rapportées dans cette Note suffira pour faire attribuer à chacun ce qui lui appartient. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la réduction simultanée d'une forme quadratique et d'une forme linéaire.* Mémoire de M. H. POINCARÉ. (Extrait par l'auteur.)

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

« Dans un Mémoire précédent (*Comptes rendus*, séance du 14 juin 1880), j'ai étudié les questions relatives à la réduction et à l'équivalence des formes cubiques ternaires. Parmi ces formes, celles de la cinquième et de la sixième famille sont décomposables en un facteur linéaire et un facteur quadratique. J'avais donc été conduit à étudier la réduction d'un système composé d'une forme linéaire et d'une forme quadratique.

» D'après les conseils de M. Hermite, j'ai poursuivi les résultats obtenus et j'ai cherché à approfondir l'étude des conditions d'équivalence ou des substitutions semblables de pareils systèmes.

» J'ai laissé de côté les systèmes qui correspondent aux formes cubiques de la sixième famille. J'ai fait voir seulement que, à la condition de modifier un peu la définition des systèmes réduits, il n'y avait, quand les invariants algébriques restaient constants, qu'un nombre fini de systèmes réduits à coefficients entiers. En ce qui concerne les systèmes qui correspondent aux formes cubiques de la cinquième famille, j'ai eu à examiner trois cas.

» Dans le premier cas, on ramène la réduction à celle d'une forme définie.

(¹) Page 356, colonne 1 du compte rendu du Congrès, dans la Revue précitée.

» Dans le deuxième cas, on obtient un nombre fini de systèmes réduits, parmi lesquels il en est deux que j'appelle *extrêmes* et dont les coefficients se calculent très aisément. Il n'y a pas de substitution semblable.

» Dans le troisième cas, le problème se ramène à la réduction d'une forme quadratique linéaire indéfinie. C'est ce cas qui est le plus intéressant, parce que c'est le seul où il y ait des substitutions semblables. Y a-t-il des transformations binaires à coefficients entiers qui reproduisent un système composé d'une forme linéaire et d'une forme quadratique? C'est là un problème qui a été déjà traité par M. Hermite, dans son célèbre Mémoire sur les formes quadratiques ternaires (*Journal de Crelle*, t. 47), M. Hermite a fait voir qu'on pouvait le ramener à la solution en nombres entiers de l'équation

$$t^2 - Gu^2 = 1,$$

où G est une quantité donnée.

» C'est aussi à une équation de cette forme que j'ai été conduit, par une voie toute différente. Mais elle ne m'aurait pas suffi pour trouver toutes les substitutions semblables, ce qui était mon but, et j'ai dû avoir recours à d'autres considérations.

» A et B étant des nombres complexes existants, C un nombre complexe idéal, je conviens d'écrire

$$A \equiv B \pmod{C}$$

lorsque A — B est divisible par C, et je fais voir que ces congruences complexes jouissent identiquement des mêmes propriétés que les congruences ordinaires, et en particulier de celles qui sont une conséquence du théorème de Fermat. Je ramène ensuite le problème des substitutions semblables à la résolution d'une congruence complexe de la forme

$$A^m \equiv 1 \pmod{C},$$

qui se traite de la même façon que les congruences ordinaires de la même forme.

» J'ai donné quelques exemples numériques, et j'ai fait voir, par exemple, par des calculs très rapides, que la plus simple des substitutions linéaires à coefficients entiers qui reproduisent le système

$$14x + y + 2z, \quad y^2 - 6z^2$$

est la suivante :

$$\begin{aligned} x &= x_1 + 59183360y_1 + 146651280z_1, \\ y &= 46099201y_1 + 112919520z_1, \\ z &= 18819920y_1 + 46099201z_1. \end{aligned}$$

J'ai fait, en passant, une remarque que je crois nouvelle. Supposons que Ω soit un entier impair, que a et b soient deux entiers tels que

$$a^2 - b^2\Omega = 1$$

et soient plus petits que tous les autres entiers satisfaisant à cette condition, que c et d soient des entiers impairs tels que

$$c^2 - d^2\Omega = 4$$

et soient plus petits que tous les autres entiers satisfaisant à cette condition; j'ai fait voir qu'on aura

$$\left(\frac{c + d\sqrt{\Omega}}{2}\right)^3 = a + b\sqrt{\Omega}. \text{ »}$$

M. D. Carrère adresse la première Partie d'un Mémoire concernant un procédé de résolution d'une équation du sixième degré, dont toutes les racines sont imaginaires.

(Commissaires : MM. Bonnet, Puiseux, Bouquet.)

M. Monméja adresse un Mémoire sur l'origine de l'électricité atmosphérique.

(Renvoi à l'examen de M. Desains.)

M. Ch. Brame adresse un Mémoire portant pour titre : « Cristallogénie vésiculaire et encyclide; rayon d'influence ».

(Renvoi à la Section de Physique.)

M. A. Dumont adresse, par l'entremise de M. de Lesseps, un certain nombre de documents indiquant l'état actuel du projet de canal d'irrigation dérivé du Rhône.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, deux nouveaux fascicules des « Annales du Bureau cen-